



# Análisis Metodológico del Esfuerzo Normal $\sigma_y$ Basado en Deflexión Elástica

Molina Alejandro<sup>1</sup>, Piña-Monarez Manuel R.<sup>2</sup>, de la Cruz-Cháidez Servio Tulio<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Estudiante de doctorado del Departamento de Ingeniería Industrial y Manufactura, del Instituto de Ingeniería y Tecnología (IIT) de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez (UACJ), Cd. Juárez, Chihuahua, México.

<sup>2</sup>Investigador del Departamento de Ingeniería Industrial y Manufactura, del Instituto de Ingeniería y Tecnología (IIT) de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez (UACJ), Cd. Juárez, Chihuahua, México.

<sup>3</sup>Investigador del Departamento de Ingeniería Civil, del Instituto de Ingeniería y Tecnología (IIT) de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez (UACJ), Cd. Juárez, Chihuahua, México.

**Autor de correspondencia:** Alejandro Molina, Departamento de Ingeniería Industrial y Manufactura, del Instituto de Ingeniería y Tecnología (IIT) de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez (UACJ), Cd. Juárez, Chihuahua, México. ORCID 0000-0002-1945-7727. E-mail: [al187118@alumnos.uacj.mx](mailto:al187118@alumnos.uacj.mx)

**Recibido:** 02 de Mayo del 2019 **Aceptado:** 13 Octubre del 2019 **Publicado:** 02 de Noviembre del 2019

**Resumen.** - *El problema en la determinación de los esfuerzos normales ( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ) en una sección transversal utilizando como base la deflexión elástica, se basa en el hecho de que las metodologías existentes aún presentan carencias en su análisis. El artículo presenta un análisis de los esfuerzos normales ( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ) desarrollados a partir de las cargas aplicadas sobre el elemento estructural y el desarrollo de un caso de aplicación. Asimismo, debido a que la deflexión de un elemento depende de las cargas aplicadas, entonces el análisis de los esfuerzos está basado en la deflexión elástica del componente estructural. Además, la selección del elemento estructural se basa en la normatividad de diseño de vigas para componentes estructurales. Por otro lado, el análisis del material para hacer un diseño de un componente estructural también se presenta en este artículo. Igualmente, el material presentará desgaste debido a las cargas aplicadas, entonces se realiza un análisis de fatiga basado en los esfuerzos normales.*

**Palabras clave:** Análisis estático; Esfuerzos normales; Esfuerzos principales; Análisis de resistencia; Fatiga.



## 1. Introducción

Es sabido que los esfuerzos en un elemento estructural dependen de las cargas aplicadas durante la operación del elemento estructural, entonces, los esfuerzos normales  $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$  pueden analizarse como esfuerzos variantes [1]. Además, es importante el análisis de la resistencia del material para la selección final de un elemento estructural, por lo que esta resistencia se someterá a esfuerzos variantes. En consecuencia, si un fenómeno aleatorio puede ser modelado por una distribución, para el análisis de fatiga de un elemento estructural es necesario tener en cuenta una función de esfuerzos  $f(s)$  y una función de la resistencia del material  $f(S)$  [2].

Así, la función de esfuerzos  $f(s)$  define todo el espectro de posibilidades de ocurrencias de esfuerzos que pueden ser analizados mediante una distribución [2]. Entonces, un análisis de esfuerzos principales  $(\sigma_1, \sigma_2, \tau_{xy})$  determina el rango de posibilidades donde se define un esfuerzo medio  $\sigma_\mu$  [3]. Por lo tanto, el problema en la determinación de los esfuerzos normales a la sección transversal en un diferencial de volumen  $dv$  específico, es que las metodologías de mecánica de materiales actuales tienen una deficiencia en la determinación de la matriz de tensor de tensiones necesaria para la determinación de los esfuerzos principales.

Mientras tanto, debido a que el modo de falla de elemento estructural se basa en la teoría del lado más débil, en donde se genera la máxima concentración de esfuerzos en un diferencial de volumen  $dv$ , entonces es necesario un análisis esfuerzo-resistencia para diseñar un elemento seguro [4]. Precisamente, la aplicación de cargas variables sobre un elemento estructural afecta la resistencia del material, debido a que con el paso del tiempo el material tiende a perder capacidad de resistir, en donde la influencia de los esfuerzos sobre la resistencia cada vez será mayor. En consecuencia, el análisis de fatiga de un elemento estructural depende de un análisis estadístico del comportamiento de los esfuerzos y la manera en que estos influyen sobre la resistencia del material [3]. Del mismo modo, dado que es determinante que el diseño de un componente estructural presente vida infinita, una curva de Wöhler también llamada curva S-N, nos da un análisis de la relación entre la resistencia contra los ciclos de vida de un material basado en los esfuerzos normales determinados directamente de las cargas aplicadas del componente estructural [3, 5]. Además, la validación del material basado en una teoría de fallas de materiales dúctiles permite un diseño óptimo de un elemento estructural.

Con el objetivo de desarrollar un análisis de esfuerzos normales  $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ , esta investigación está ampliamente basada en las metodologías de Timoshenko-Gere [6, 7], donde es importante resaltar que no se determina el esfuerzo normal  $\sigma_y$ . Por otro lado, Cervera (2002) hace un amplio análisis del comportamiento de los momentos internos de un elemento estructural, donde en base a la flexión pura desviada logra relacionar los momentos en los planos  $x$  y  $z$  para una mejor determinación del esfuerzo normal  $\sigma_x$ , aun así, no es suficiente la metodología para la determinación del esfuerzo normal  $\sigma_y$ . De la misma manera, Ugural-Da Silva [9, 10] hacen una aproximación de este esfuerzo normal  $\sigma_y$  basados en la metodología de Timoshenko (1957).

Mientras tanto, en la literatura revisada acerca de la mecánica de materiales y diseño estructural se observó que los temas que se abordan sobre esfuerzo normal  $\sigma_y$  no son suficientes



para su determinación, las metodologías coinciden que este esfuerzo no influye sobre los esfuerzos principales desarrollados en el elemento estructural. Por un lado, He (2015), Liang (2017), Guo (2015) y Ma (2017) realizan análisis de deformación de elementos estructurales y determinan los esfuerzos normales en base a la teoría de la deformación, donde se incluyen modelos propuestos de análisis de fatiga. Sin embargo, Kim (2011) y Huang (2017) determinan los esfuerzos normales basado en pruebas experimentales en elementos estructurales, con el objetivo de determinar parámetros de experimentales de fatiga de los estos elementos. Actualmente, algunas metodologías probabilísticas de análisis de esfuerzo-resistencia parten del hecho de la existencia de este esfuerzo normal sin especificar el modo de determinación del mismo [1–3], [17–19].

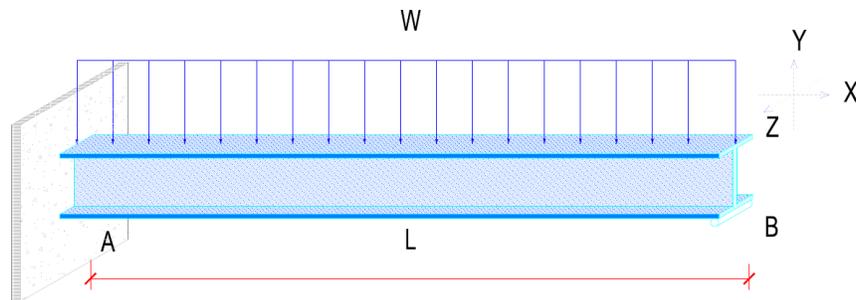
Por esta razón, en este artículo se presenta un caso de aplicación de análisis de esfuerzos en un componente estructural seleccionado. El contenido del artículo es de la siguiente manera, 2. Generalidades de diseño estructural, 3. Caso de aplicación, 4. Análisis de fatiga y 5. Conclusiones.

## 2. Generalidades de Diseño de un Componente Estructural

Dado que en la determinación de una función de esfuerzos  $f(s)$  y una función de resistencia  $f(S)$  estamos analizando el ambiente bajo el cual el producto opera, entonces, es necesaria la determinación de los esfuerzos normales que actúan en la sección transversal. En el siguiente apartado se determinarán las características principales de un caso de aplicación y la selección de las características del componente estructural.

### 2.1 Generalidades del Diseño Estático

Primero, como caso de aplicación tenemos una viga tipo W con una carga uniformemente distribuida  $W$ , la cual en uno de sus extremos se encuentra de manera empotrada y en el otro extremo se encuentra simplemente apoyada como se muestra en la **Figura 1**.



**Figura 1.** Análisis de caso de aplicación.

El elemento estructural tiene una distancia  $L$  del punto A al punto B. Por análisis estático determinaremos sus reacciones en sus puntos de apoyo  $A_y$  y  $B_y$  de la siguiente manera

$$A_y = WL - B_y \quad (1)$$

$$M_A = \frac{WL^2}{2} - B_yL \quad (2)$$



De la misma manera, determinaremos el momento  $M_x$  y las reacciones  $R_x$  en función de una longitud  $x$  en donde tendremos las siguientes expresiones:

$$R_x = Wx - A_y \quad (3)$$

$$M_x = -M_A + A_y x - \frac{(Wx)x}{2} \quad (4)$$

Aquí, substituiremos la Ecuación 1 y la Ecuación 2, en la Ecuación 4:

$$M_x = -\frac{WL^2}{2} + B_y L + WLx - B_y x + \frac{(Wx)x}{2} \quad (5)$$

Debido a que este problema es indeterminado y las ecuaciones del análisis no son suficientes para la solución del problema, basado en el método de doble integración tenemos el siguiente análisis:

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{WL^2}{2} + B_y L + WLx - B_y x + \frac{(Wx)x}{2} \quad (6)$$

Donde  $I$  es el momento de inercia de la sección transversal y  $E$  es el módulo de elasticidad. Desarrollando la primera integración tenemos la siguiente expresión:

$$EI \frac{dv}{dx} = -\frac{WL^2}{2} x + B_y Lx + \frac{1}{2} WLx^2 - \frac{1}{2} B_y x^2 + \frac{1}{6} Wx^3 + C_1 \quad (7)$$

En el análisis en el punto  $A$  no tenemos deflexión y pendiente, debido a este análisis tenemos la siguiente expresión:

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} = 0 \quad (8)$$

$$EI \frac{dv}{dx} = 0 \quad (9)$$

Además, debido a que en el punto  $A$  no tenemos deflexión y ángulo de deflexión, entonces tenemos que las constantes de integración  $C_1 = 0$  y  $C_2 = 0$ , así, la Ecuación 7 se puede escribir de la siguiente manera:

$$0 = -\frac{WL^2}{2} x + B_y Lx + \frac{1}{2} WLx^2 - \frac{1}{2} B_y x^2 + \frac{1}{6} Wx^3 \quad (10)$$

De este análisis podemos deducir que:

$$B_y = \frac{3}{8} WL \quad (11)$$

Sustituimos la Ecuación 11 en la Ecuación 1 y tenemos que:

$$A_y = \frac{5}{8} WL \quad (12)$$

Además, substituímos la Ecuación 11 en la Ecuación 2 para obtener la siguiente expresión:

$$M_{Max} = M_A = \frac{1}{8} WL^2 \quad (13)$$



De la Ecuación 3 sustituimos la Ecuación 12, además, la fuerza cortante  $R_x = 0$  en el punto de máxima concentración de esfuerzos, entonces tenemos la siguiente expresión:

$$0 = Wx - A_y \quad (14)$$

Donde:

$$x = \frac{5}{8} \quad (14.1)$$

En esta sección, basado en el análisis estático del componente estructural se determinaron las características más importantes para el análisis de los esfuerzos de un elemento estructural. Por otro lado, para validar la selección de un elemento estructural utilizaremos el método LRFD (*Load and Resistance Factor Design*). Estas especificaciones aplicables se basan en el estado límite de resistencia y la capacidad de carga del elemento estructural [20]. A la vez, esta revisión incluye resistencias plásticas, de pandeo, fractura y por fuerza cortante [21]. Así, debido a que es necesario determinar las características del material a utilizar, el material seleccionado es ASTM-A572 el cual presenta un límite de fluencia de  $f_y=50,000 \text{ psi}$  [22].

Así, basado en la normatividad AASHTO (*American Association of State Highway and Transportation Officials*), se determinará una deflexión máxima permitida  $\Delta_{max}$ , en donde se hará una comparativa con la deflexión máxima calculada del elemento estructural seleccionado  $\delta_{max}$ . Para la selección del elemento estructural las variables  $\Delta_{max}$  y  $\delta_{max}$  deberán cumplir la siguiente condición:

$$\delta_{max} \leq \Delta_{max} \quad (15)$$

Donde  $\Delta_{max}$  permitido es:

$$\Delta_{max} = \frac{L \text{ (in)}}{360} \quad (15.1)$$

Entonces, basado en la metodología de Gere (2001), el desplazamiento máximo  $\delta_{max}$  se calcula de la siguiente manera:

$$\delta_{max} = \frac{WL^4}{184.6EI} \quad (16)$$

Basado en la fórmula 16, la determinación del momento de inercia con respecto al eje  $x$  del elemento que estamos analizando se calcula con la siguiente expresión:

$$I_x = \frac{WL^4}{184.6E\Delta_{max}} \quad (17)$$

De aquí, basado en AISC (1999), se deduce que se debe cumplir la siguiente condición:

$$I_x \text{ diseño} \leq I_x \text{ especificación} \quad (17.1)$$



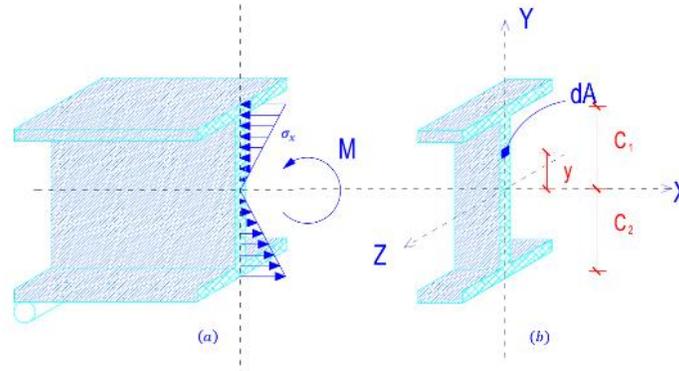
Una vez que seleccionamos el elemento estructural en base a las necesidades del caso de aplicación, determinaremos los esfuerzos normales del elemento estructural.

## 2.2 Determinación de Esfuerzos Normales ( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ )

En ese mismo sentido, el análisis de esfuerzos normales es posible a través de la deflexión generada debido a las cargas aplicadas. Además, si estas cargas finales aplicadas son variantes, la deflexión es variante con respecto a la carga aplicada. En consecuencia, los esfuerzos determinados serán variantes. Por otro lado, dada la presencia de deflexión, los esfuerzos normales estarán presentes en el análisis mecánico, por lo que la presencia del esfuerzo cortante nos lleva a una determinación exacta de esfuerzos normales mediante la teoría de su matriz de tensor de tensiones [8]. En ese mismo sentido, cuando un elemento está a deflexión se generan esfuerzos normales internos de flexión y de compresión, si analizamos un diferencial de área  $dA$  de la sección se produce un momento con respecto del eje neutral, la sumatoria de cada uno de estos diferenciales de momento a lo largo de toda la sección transversal nos da como resultado la llamada fórmula de la flexión:

$$\sigma_x = -\frac{My}{I} \quad (18)$$

Donde  $M$  es el momento en el punto que se está analizando. De igual manera, en la **Figura 2** podemos apreciar una representación gráfica de cómo es tomado un diferencial de área  $dA$  para la determinación de los momentos internos.



**Figura 2.** Esfuerzos actuantes en la sección transversal de una viga.

Esta generalización de metodologías de esfuerzos internos nos lleva a importantes deducciones para la determinación de los esfuerzos cortantes que se pueden analizar en un diferencial de longitud  $dx$  como se muestra en la siguiente figura.

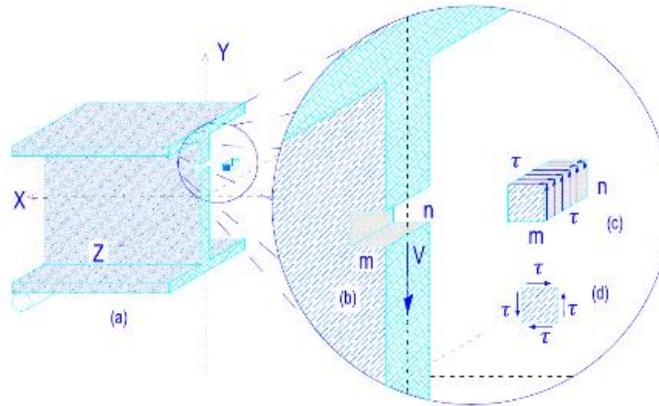


Figura 3. Análisis de esfuerzos en diferencial de espesor de una viga

Por esto, las metodologías de mecánica de materiales coinciden en un análisis de los esfuerzos diferenciales que ocurren de acuerdo a este diferencial  $dx$  seccionado [7, 8, 23]. De este análisis, se obtiene la fórmula de esfuerzos cortantes:

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad (19)$$

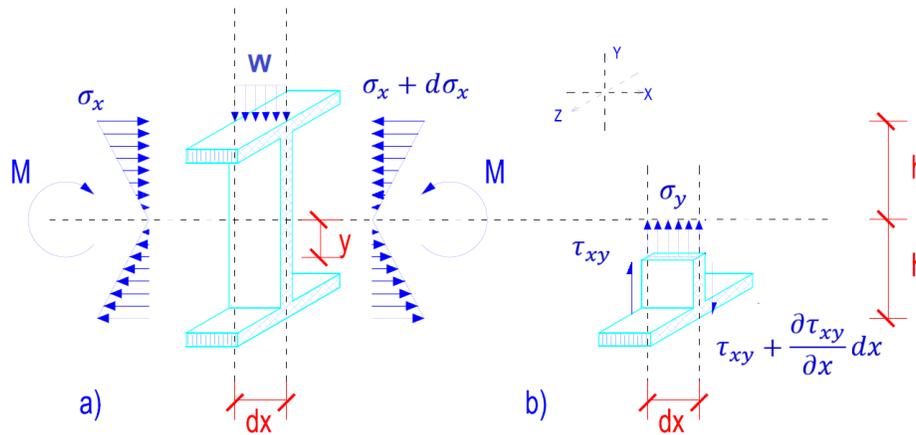
Donde  $V$  es la fuerza cortante aplicada en el punto analizado,  $Q$  es el diferencial de momento con relación al diferencial de área de la sección transversal y  $b$  es el espesor del componente analizado. Esta fórmula de esfuerzos cortantes ha sido desarrollada para determinar esfuerzos cortantes en vigas tipo W, donde primero es necesario determinar el momento de inercia de la siguiente manera:

$$I_z = \frac{t_w h^3}{12} + \frac{bt_f h^3}{2} \quad (20)$$

Donde  $t_w$  es el espesor del alma,  $t_f$  es el espesor de la base y  $h$  es la altura de la viga. Así, en vigas tipo W el esfuerzo cortante máximo lo obtendremos a partir de la siguiente expresión:

$$\tau_{max} = \left( \frac{bt_f}{t_w} + \frac{h}{6} \right) \frac{h^2 t_w V}{2I_z} \quad (21)$$

Por otro lado, basado en el análisis de Ugural (2011), para aproximación de esfuerzos normales, la determinación del esfuerzo normal  $\sigma_y$  se puede analizar en la siguiente figura en donde se analiza el esfuerzo normal en un diferencial de  $dh$  del elemento estructural. En la siguiente figura veremos la descomposición gráfica de este análisis.



**Figura 4.** Análisis de esfuerzos en diferencial de espesor de una viga.

Así, partiendo de la aproximación de Ugural-Da Silva [9, 10], para elementos estructurales con sección rectangular  $b \times h$ , el análisis del esfuerzo normal  $\sigma_y$  lo haremos en base a la siguiente expresión:

$$\sigma_y \cdot b dx = \int_{-b/2}^{b/2} \int_y^h \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \cdot dy dz \quad (22)$$

De esta expresión se puede deducir que:

$$\sigma_y = \int_y^h \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dy \quad (23)$$

Además, debido a que:

$$\tau_{xy} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \quad (24)$$

Consecuentemente, sustituyendo la Ecuación 22, se deduce la siguiente expresión:

$$\sigma_y = \int_y^h \left( \frac{bt_f}{t_w} + \frac{h}{6} \right) \frac{h^2 t_w W}{2I_z} dy \quad (25)$$

Después de desarrollar la Ecuación 25, como resultado tenemos la siguiente expresión:

$$\sigma_y = \left( \frac{6bt_f + ht_w}{12I_z} \right) (h^3 W - h^2 W y) \quad (26)$$

Así, con esta fórmula es posible modelar el esfuerzo  $\sigma_y$  a través de la sección transversal en un punto determinado de la longitud del componente. A continuación, se presenta el análisis de los esfuerzos principales.



### 2.3 Determinación de Esfuerzos Principales

Previamente analizados los esfuerzos normales  $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$  es posible determinar los esfuerzos principales mediante la metodología de Mohr [23]. Así, para ejemplificar estos esfuerzos, de acuerdo la siguiente fórmula podemos obtener el esfuerzo medio  $\sigma_\mu$  y el rango de esfuerzos generado por la presencia del esfuerzo cortante  $\tau_{xy}$  generado a partir de los esfuerzos normales, así el esfuerzo medio  $\sigma_\mu$  se calcula de la siguiente manera:

$$\sigma_\mu = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (27.1)$$

Igualmente, el esfuerzo alternante  $\sigma_a$  se calcula de la siguiente manera:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \quad (27.2)$$

Además, los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  se determinan a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_1 = \sigma_\mu + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (28)$$

$$\sigma_2 = \sigma_\mu - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (29)$$

Asimismo, la tensión tangencial máxima se determina con la siguiente fórmula:

$$\tau_{xy} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (30)$$

Más aun, la necesidad de un análisis probabilístico para determinar las características a las que se someterá durante su operación basada en los esfuerzos principales, se presenta en el siguiente apartado.

### 3. Caso de aplicación

En esta sección desarrollaremos el procedimiento de selección de un elemento estructural, determinaremos sus esfuerzos normales  $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$  y se realizará un análisis en comparación con la metodología actual de determinación de esfuerzos.

#### 3.1 Diseño estático y selección del elemento estructural

Primero determinaremos las características generales del caso de aplicación, basado en la **Figura 1** que representa nuestro caso de aplicación, así, determinaremos las cargas aplicadas que existen sobre este elemento en la **Figura 5**.

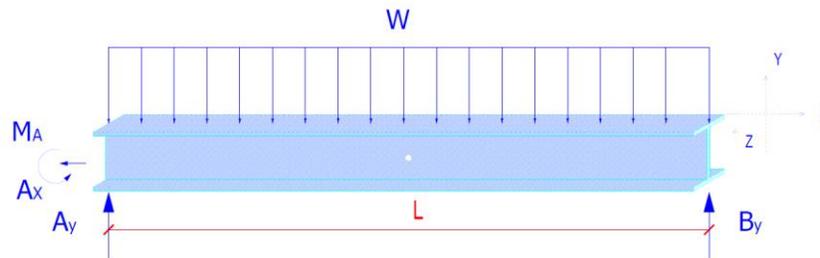


Figura 5. Caso de aplicación.

De este caso propuesto, tenemos que  $L=29.53 \text{ ft}$   $W=3,083.48 \text{ Lb/ft}$ . Sustituimos los datos en la Ecuación 12, tenemos que  $A_y= 56,904.76 \text{ Lb}$ . De la misma manera, sustituimos los datos en la Ecuación 11 para obtener  $B_y= 34,142.86 \text{ Lb}$ . Para la selección de un elemento estructural utilizaremos el momento máximo calculado en el punto A, utilizando la Ecuación 13,  $M_A= 336,051.76 \text{ Lb-ft}$ .

En ese mismo sentido, considerando que elegimos diseñar sobre una viga tipo W y basado en la normatividad AASHTO, en la Ecuación 15.1 la deflexión máxima permitida es  $\Delta_{max}=0.98 \text{ in}$ . Por otro lado, basado en el método LRFD, el momento de inercia de la sección transversal de la Ecuación 17 es  $I_x =768.70 \text{ in}^4$ . Una vez realizado este cálculo, el momento de inercia de especificación de una viga tipo W18X50 es de  $I_x =768.70 \text{ in}^4$ , por lo que este elemento lo seleccionaremos en esta primera iteración de cálculo.

Como puede observarse, es necesario agregar el peso de la viga al análisis final, por consecuencia, de la selección W 18X50, agregaremos  $50 \text{ Lb/ft}$  a la carga W. Así, nuestro nuevo valor de  $W=3,133.48 \text{ Lb/ft}$ . De la misma manera  $A_y= 57,827.50 \text{ Lb}$  y  $B_y= 34,696.50 \text{ Lb}$ . Luego  $M_A= 341,500.98 \text{ Lb-ft}$ .

Debido al resultado del cambio de W,  $I_x =768.70 \text{ in}^4$ , consecuentemente se cumple la condición de la Ecuación 17.1, el elemento seleccionado de este caso de aplicación es W18X50. Hasta aquí, se calcularon todas las características principales del componente estructural, además, basado en el método LRFD se seleccionó un elemento estructural. En la siguiente sección se determinarán los esfuerzos principales de un elemento estructural.

### 3.2 Esfuerzos Principales

Dado a que un elemento que se somete a cargas siempre se deflexionará, entonces, es posible el análisis de esfuerzos normales  $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$  basado en el análisis de la deflexión elástica. Así, en el cálculo de la Ecuación 18, la determinación del esfuerzo normal  $\sigma_x= 42,634.33 \text{ psi}$ . De la misma manera, basado en la Ecuación 21, el esfuerzo cortante resultante en la sección transversal es  $\tau_{xy}= 261.13 \text{ psi}$ . Además, después del desarrollo de la fórmula  $\sigma_y$ , basado en la Ecuación 26  $\sigma_y= 4,700.22 \text{ psi}$ .

De la misma forma, la determinación de los esfuerzos principales  $(\sigma_1, \sigma_2, \tau_{xy})$  basados en el cálculo de los esfuerzos normales se da de la siguiente manera; la determinación del esfuerzo



medio  $\sigma_\mu$  y el esfuerzo alternante  $\sigma_a$  basado en la Ecuación 27.1 y 27.2 respectivamente, es  $\sigma_\mu = 23,667.12 \text{ psi}$  y  $\sigma_a = 23,667.12 \text{ psi}$ ; así, los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  a través de las Ecuación 28 y 29 respectivamente son,  $\sigma_1 = 42,336.13 \text{ psi}$  y  $\sigma_2 = 4,698.42 \text{ psi}$ ; basado en la Ecuación 30, el esfuerzo tangencial  $\tau_{xy} = 18,968.85 \text{ psi}$ .

### 3.3 Comparación con Metodologías

En la siguiente tabla se muestran los resultados de la metodología actual en comparación con la determinación del esfuerzo normal  $\sigma_y$  basado en el caso de aplicación.

**Tabla 1.** Comparativa de análisis de esfuerzos normales y esfuerzos principales.

	Metodología Actual	Caso de Aplicación
Esfuerzos normales $\sigma_x$	42,634.33	42,634.33
$\sigma_y$	<b>No significativa</b>	<b>4,700.22</b>
$\tau_{xy}$	261.12	261.12
Esfuerzos principales $\sigma_\mu (S_m)$	21,317.17	23,667.27
$\sigma_a (S_a)$	21,317.17	18,967.06
$\sigma_1$	42,635.93	42,636.13
$\sigma_2$	1.60	4,698.42
$\tau_{xy}$	21,318.76	18,968.85
Análisis de resistencia $S_{ut}$	65,300.00	65,300.00
$S'_e$	32,650.00	32,650.00
$S_e$	16,852.51	16,852.51

Hasta este punto, se determinaron los esfuerzos normales a la sección transversal y los esfuerzos principales de un componente estructural. En el siguiente apartado haremos un análisis de la resistencia del material en función de estos esfuerzos principales.

## 4. Análisis de Resistencia

En esta sección, desarrollaremos el análisis de resistencia de un elemento estructural basado en los esfuerzos principales, para posteriormente determinar un diagrama S-N del caso de aplicación.

### 4.1 Análisis de Resistencia del Material

Primero, como se mencionó en los apartados anteriores, el material para determinar este caso de aplicación es hierro dúctil grado 50 ASTM A572 el cual su límite de fluencia es  $f_y = 50,000 \text{ psi}$  y presenta un esfuerzo ultimo de resistencia de  $S_{ut} = 65,300 \text{ psi}$ . De aquí, la determinación del límite de resistencia experimental  $S'_e$  se da a través de la siguiente formula:

$$S'_e = 0.5S_{ut} \tag{18}$$



Debido al proceso de fabricación y montaje de los elementos estructurales, este límite de resistencia  $S_e$  debe de ser modificado por factores de concentración de esfuerzos de la siguiente manera:

$$S_e = K_f K_s K_T K_{TM} K_V K_{FS} S'_e \quad (18)$$

Donde el factor de superficie  $K_f=0.6239$ , el factor de medidas  $K_s=0.8276$ , el factor de temperatura  $K_T=1.01$ , el factor de tratamientos mecánicos  $K_{TM}=1.1219$ , el factor de fatiga  $K_{FS}=0.95$  y el factor de efectos misceláneos  $K_V=1.0$ . Es necesario validar la resistencia del material a partir de una teoría de fallas, entonces, en el siguiente apartado determinaremos el caso de aplicación basado en el material seleccionado.

#### 4.2 Aplicación al Análisis de Resistencia

Después de las consideraciones anteriores, basado en la teoría de fallas de Goodman para resistencia de materiales, es posible validar la seguridad del componente estructural [3]. Así, utilizando los valores de la **Tabla 1**, dibujamos el área delimitada entre la resistencia límite del material  $S_e$  y la última resistencia antes de la falla  $S_{ut}$ . Después, intersectando el valor del esfuerzo medio  $S_m$  obtendremos un valor de resistencia límite esperado  $S_a$  en donde el componente estructural estará en bajo ciclaje de fatiga. El análisis grafico se muestra en la siguiente figura.

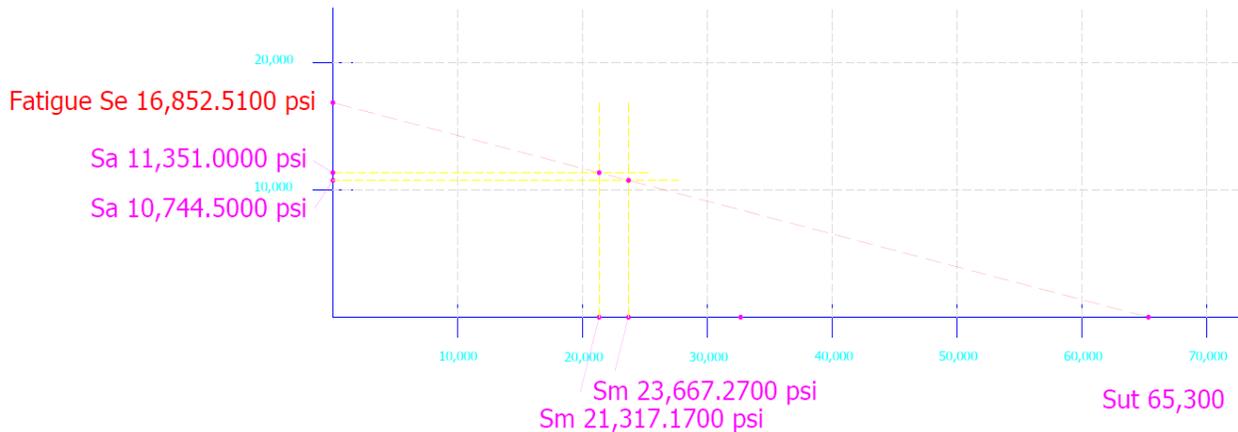


Figura 6. Caso de aplicación.

Consecuentemente, basado en la **Tabla 1** y en la gráfica de la **Figura 6**, podemos observar el valor determinado a partir de la metodología actual  $S_a= 11,351.00 \text{ psi}$  y el valor determinado a partir del caso de aplicación analizado  $S_a= 10,744.50 \text{ psi}$ . De aquí, podemos apreciar un margen en la relación que existe entre el  $S_a$  calculado de los esfuerzos normales y el  $S_a$  determinado a partir de la teoría de fallas, donde el  $S_a$  determinado de la resistencia representa el esfuerzo máximo admisible. Cabe resaltar que, para un diseño de un elemento, nuestro parámetro base resistencia máxima admisible de la metodología actual es de  $S_a= 11,351.00 \text{ psi}$ , cuando realmente deberíamos diseñar bajo  $S_a= 10,744.50 \text{ psi}$ .

Por otro lado, tomando en cuenta el límite de resistencia experimental  $S'_e= 32,500 \text{ psi}$  y el límite de resistencia  $S_e= 16,852.49 \text{ psi}$ , basado en la metodología de Lee (2005) el diagrama S-N se muestra en la siguiente figura.

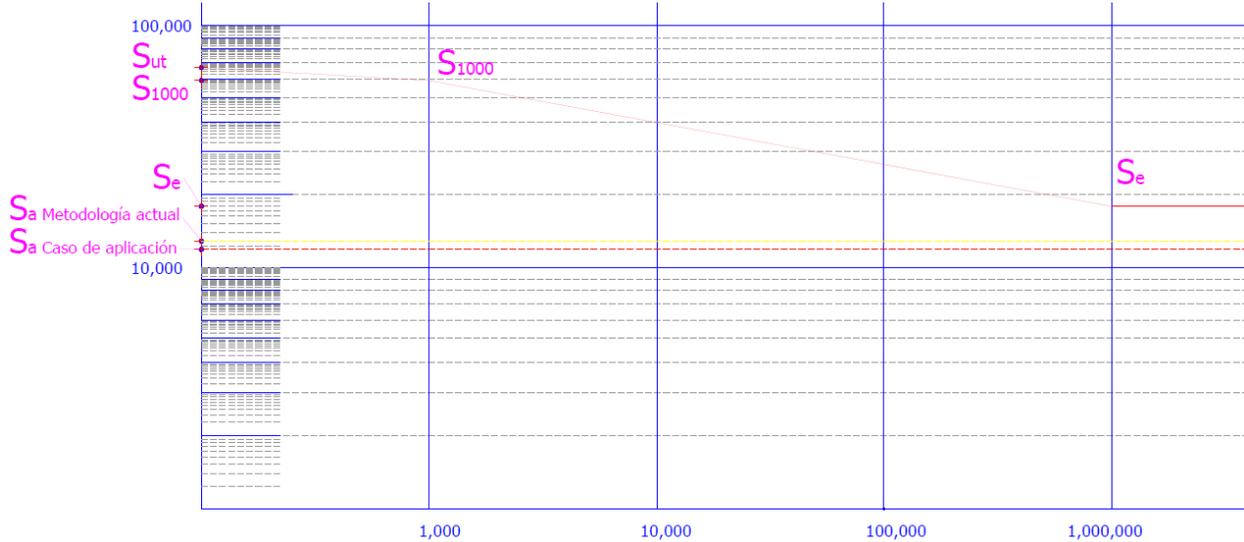


Figura 7. Curva S-N calculada a partir del análisis de resistencia del material.

Como resultado de este caso de aplicación, considerando el enfoque de la metodología actual y del caso de aplicación, se determina que el componente estructural está en zona bajo ciclaje considerando los valores de  $S_a$  determinados.

## 5. Conclusiones

Basado en los resultados obtenidos de este análisis acerca de los esfuerzos normales ( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ) se observa que es un campo de investigación abierto a nuevos retos teóricos con el objetivo de determinar la confiabilidad de un componente estructural. En el desarrollo de este análisis, se realizó la determinación de esfuerzos normales a la sección transversal ( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ), basado en el desarrollo de la Ecuación 26 para la determinación del esfuerzo normal  $\sigma_y$ . Con los resultados obtenidos, se hizo la determinación de los esfuerzos principales ( $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{xy}$ ) donde se logró realizar un análisis esfuerzo- resistencia a partir de una teoría de fallas. Además, se logró determinar el bajo ciclaje de vida del elemento estructural haciendo una comparativa entre la metodología actual y el caso de aplicación realizado.

Es importante mencionar que, aunque los resultados obtenidos del gráfico de teoría de fallas representa un análisis probabilístico, aun no se define una metodología probabilística para la determinación de la probabilidad de falla de un elemento estructural, donde sea posible aplicar una función de distribución, tanto para los esfuerzos  $f(s)$  como para la resistencia  $f(S)$ . Sin embargo, para la determinación de la confiabilidad de un producto es necesario definir y determinar el medio ambiente bajo el cual opera, es por esto la importancia de la determinación de este esfuerzo normal  $\sigma_y$ . Cabe mencionar que los análisis realizados en esta investigación tienen aplicación directa en fase de diseño de elementos estructurales, por lo que no aplica el análisis de elementos que se encuentran bajo operación.



## Agradecimientos

Se agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo brindado, a los que integramos el equipo de investigación en el departamento de Doctorado en Tecnología del Instituto de Ingeniería y Tecnología IIT, de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. Además, agradecemos a la Universidad Autónoma de Baja California. Se hace una mención especial al director del proyecto de investigación, el Dr. Manuel Román Piña Monarrez y al codirector Servio Tulio de la Cruz Chaidez.

## Referencias

- [1] R. G. Budynas and J. K. Nisbett, *Shigley's mechanical engineering design*, vol. 8. McGraw-Hill New York, 2008.
- [2] D. Kececioglu, *Robust engineering design-by-reliability with emphasis on mechanical components & structural reliability*, vol. 1. DEStech Publications, Inc, 2003.
- [3] Y.-L. Lee, J. Pan, R. Hathaway, and M. Barkey, *Fatigue testing and analysis: theory and practice*, vol. 13. Butterworth-Heinemann, 2005.
- [4] E. Castillo and A. Fernández-Canteli, "A general regression model for lifetime evaluation and prediction," *Int. J. Fract.*, vol. 107, no. 2, pp. 117–137, 2001.
- [5] M. R. Piña-Monarrez, "Weibull stress distribution for static mechanical stress and its stress/strength analysis," *Qual. Reliab. Eng. Int.*, vol. 34, no. 2, pp. 229–244, Dec. 2017.
- [6] S. Timoshenko, "Resistencia de Materiales, Segunda Parte." ESPASA-CALPE SA, 1957.
- [7] J. M. Gere and S. Timoshenko, "Mechanics of Materials, ; Brooks," *Cole, Pacific Grove, CA*, pp. 815–839, 2001.
- [8] M. Cervera Ruiz and E. I. Blanco Díaz, "Mecánica de estructuras." Edicions UPC, 2002.
- [9] A. C. Ugural and S. K. Fenster, *Advanced mechanics of materials and applied elasticity*. Pearson Education, 2011.
- [10] V. D. Da Silva, *Mechanics and strength of materials*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [11] X.-T. He, P. Xu, J.-Y. Sun, and Z.-L. Zheng, "Analytical solutions for bending curved beams with different moduli in tension and compression," *Mech. Adv. Mater. Struct.*, vol. 22, no. 5, pp. 325–337, 2015.
- [12] J. Liang, Z. Ding, and J. Li, "A probabilistic analyzed method for concrete fatigue life," *Probabilistic Eng. Mech.*, vol. 49, pp. 13–21, 2017.
- [13] Q. Guo, X. Guo, J. Fan, R. Syed, and C. Wu, "An energy method for rapid evaluation of high-cycle fatigue parameters based on intrinsic dissipation," *Int. J. Fatigue*, vol. 80, pp. 136–144, 2015.
- [14] S. Ma and H. Yuan, "A continuum damage model for multi-axial low cycle fatigue of porous sintered metals based on the critical plane concept," *Mech. Mater.*, vol. 104, pp. 13–25, 2017.
- [15] Y. J. Kim and K. A. Harries, "Fatigue behavior of damaged steel beams repaired with CFRP strips," *Eng. Struct.*, vol. 33, no. 5, pp. 1491–1502, 2011.
- [16] J. Huang, M.-L. Pastor, C. Garnier, and X. Gong, "Rapid evaluation of fatigue limit on thermographic data analysis," *Int. J. Fatigue*, vol. 104, pp. 293–301, 2017.
- [17] A. Molina, M. R. Piña-Monarrez, and J. M. Barraza-Contreras, "Stress–Strength



- Reliability Based Design Analysis to W-beam using a probabilistic approach.,” *En proceso publicación*, 2019.
- [18] J. Xu, M. Huo, and R. Xia, “Effect of cyclic plastic strain and flow stress on low cycle fatigue life of 316L (N) stainless steel,” *Mech. Mater.*, vol. 114, pp. 134–141, 2017.
- [19] X. Gao, R. H. Dodds Jr, R. L. Tregoning, and J. A. Joyce, “Weibull stress model for cleavage fracture under high-rate loading,” *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 24, no. 8, pp. 551–564, 2001.
- [20] A. S. Design, “Specification for structural steel buildings,” *AISC, December*, vol. 27, 1999.
- [21] J. McCormac, *Diseño de estructuras de acero*. Alfaomega Grupo Editor, 2016.
- [22] [Http://www.matweb.com](http://www.matweb.com), “ASTM A570 Steel, grade 50.” [Online]. Available: <http://www.matweb.com/search/datasheet.aspx?MatGUID=e499c7dc3e9545d1b8a3766dcffd6139&ckck=1>.
- [23] A. C. Ugural, *Mechanical Design: An Integrated Approach*. McGraw-Hill/Higher Education, 2004.