Problemas de optimización como herramienta introductoria al Cálculo

Esta obra surge de las carencias detectadas en los estudiantes de nuevo ingreso a las carreras de ingeniería. Al estudiar Cálculo Diferencial es común que los docentes introduzcan el tema de problemas de optimización al final del mismo, como una aplicación exclusiva de esta disciplina. Esta propuesta sugiere su incorporación previa al estudio del concepto de derivada, estudiando la variación, con la implementación de tecnología y situaciones didácticas, analizando la trayectoria de los estudiantes desde ese punto hasta culminar la investigación con la solución de los mismos problemas bajo la óptica del Cálculo. Los resultados pueden ser sorprendentes.

Luis Rodríguez Marrufo se desempeña como profesor en el Departamento de Física y Matemáticas, en el Instituto de Ingeniería y Tecnología de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. Estudió Ingeniería en Sistemas Computacionales y Maestría en Matemática Educativa, en donde encontró su verdadera pasión: la docencia en el área de la Matemática.

978-620-0-02915-7

editorial académica española

editorial académica española

Luis Rodríguez Marrufo

Problemas de optimización como herramienta introductoria al Cálculo

Una Ingeniería Didáctica

Luis Rodríguez Marrufo

Problemas de optimización como herramienta introductoria al Cálculo

Luis Rodríguez Marrufo

Problemas de optimización como herramienta introductoria al Cálculo

Una Ingeniería Didáctica

Editorial Académica Española

Imprint

Cover image: www.ingimage.com

Publisher:
Editorial Académica Española
is a trademark of
International Book Market Service Ltd., member of OmniScriptum Publishing Group
17 Meldrum Street, Beau Bassin 71504, Mauritius

Printed at: see last page
ISBN: 978-620-0-02915-7

PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN COMO HERRAMIENTA INTRODUCTORIA AL ESTUDIO DEL CÁLCULO: UNA INGENIERÍA DIDÁCTICA.

M.C. LUIS RODRÍGUEZ MARRUFO

Agradecimientos y dedicatoria.

Agradezco en primer lugar a la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, por brindarme la oportunidad de formar parte de su selecto grupo de estudiantes y ofrecerme una formación de calidad.

A mi asesor, el M.C. Oscar Ruíz Chávez por compartir conmigo su conocimiento y amistad, por tantas horas dedicadas a la orientación y realización de este documento.

A mi hermano, debido a su perseverancia, me puso la muestra y encontré la motivación necesaria para la obtención del grado.

A mi familia, por todo su apoyo en la duración de la maestría y en la realización de esta investigación.

Por último, a todos mis estudiantes quienes directa e indirectamente fueron la causa por la cual decidí superarme profesionalmente y motivo por el cual buscare seguir persiguiendo nuevas metas y objetivos.

Índice.

1. Introducción.

Una de las disciplinas matemáticas en la cual se tiene mayor dificultad para lograr aprendizaje, es sin duda el Cálculo. Generalmente enseñamos y se nos enseñó como una serie de recetas para lograr un producto final, pero careciente de sentido y de aplicación en nuestra vida.

Al intentar irrumpir en un aula en donde se enseña Cálculo, nos podemos topar con dos tipos de maestros: el que lleva a cabo y el que propone. A lo largo de mi vida estudiantil, siempre me topé con maestros que llevaban a cabo y raramente se nos daba la oportunidad de descubrir las cosas por nosotros mismos; no sé si para bien o para mal; quizá estuve en la misma posición y después de concluir mis estudios de posgrado, creo estar convencido de que me gusta más la idea de proponer en el salón de clases actividades que permitan que los estudiantes puedan descubrir por si mismos la construcción de aprendizajes, no solo como objetos o conceptos, si no como instrumentos.

El gran problema que se presenta en la actualidad en la enseñanza de las matemáticas es la resistencia al cambio de los docentes de dicha asignatura. La enseñanza tradicionalista empieza a ser un gran obstáculo en el aprendizaje de los alumnos, ya que realmente solo se hace una remembranza de los que los matemáticos generaron como un producto terminado y no se genera un ambiente en el cual los alumnos generen su propio conocimiento al descubrir los conceptos matemáticos, de igual forma que como lo hicieron los matemáticos. Es trascendental que la mentalidad idealista de los docentes cambie a una total aplicación de los conceptos matemáticos en la vida real.

El presente trabajo pretende establecer la manera en la que los estudiantes desarrollan la ruta de aprendizaje propuesta: adquisición, integración, relación Y representación del conocimiento. Para este fin, se describe la ruta de tres estudiantes elegidos de manera voluntaria y los resultados que se obtuvieron nos hacen ver que el quehacer docente empleado, muchas veces, no es suficiente para que el estudiante logre construir el conocimiento como un instrumento.

Considero que esta investigación da pie a que en un futuro se puedan readaptar, rediseñar y construir los materiales empleados para que permitan que la ruta de aprendizaje trazada sea cercana a lo ideal en la mayoría de los casos.

2. Problemática.

Esta investigación ha sido realizada dentro del Instituto de Ingeniería y Tecnología de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, en los grupos de materia de Cálculo I del tronco común de Ingenierías.

Surge de una reflexión ocasionada por el conocimiento teórico adquirido durante el transcurso de los estudios realizados en la maestría de Matemática Educativa. Hemos entendido que los docentes estamos comprometidos con la búsqueda de conocimientos que nos permitan mejorar de forma continua y pertinente la labor de enseñanza. A lo largo de este tiempo de reflexión se ha llegado a entender que no existe enseñanza si ésta no produce aprendizaje, lo cual no se limita a la adquisición de conocimientos, sino que además de estos implica el desarrollo de habilidades tanto intelectuales como sociales, al igual que valores.

Actualmente, la sociedad demanda una mejor preparación de los egresados de este instituto, a saber, exige que los ingenieros tengan un enfoque adecuado orientado a la resolución de cualquier problemática que se pudiera presentar dentro de su área de trabajo. Ante esta situación consideramos que el Cálculo es una herramienta teórica y metodológica que le permitirá a los egresados universitarios resolver desafíos propios de la ingeniería. Sin embargo, a lo largo del ejercicio docente se ha observado que un gran porcentaje de los estudiantes no llega a visualizar al Cálculo como una herramienta teórica que les permitirá ejercer de manera más eficiente y eficaz su profesión.

De acuerdo con lo aprendido durante la maestría así como el análisis de los datos que la misma aula nos proporciona, hemos considerado que este problema puede originarse del hecho de que los estudiantes no encuentran una contextualización adecuada de la disciplina debido a que a menudo los docentes de la materia de Cálculo Diferencial hacemos una introducción ambigua y terminada de la resolución de problemas de optimización que en el mejor de los casos derivará en un efecto Topaze, el cual es entendido generalmente como una consecuencia de la transposición didáctica(proceso mediante el cual un saber sabio o saber científico se convierte en un saber objeto de enseñanza).

En el aula la respuesta de un alumno está más o menos determinada por adelantado. El profesor negocia las condiciones en las que se producirá y que le darán sentido. Trata de hacer que este sentido sea lo más rico y exacto posible, proponiendo para ello cuestiones más abiertas. En caso de fracaso el profesor da información para hacer que la respuesta sea más fácil. Llega un momento en que el profesor termina por aceptar las condiciones que provocan la respuesta del alumno, aunque esto no suponga la adquisición del sentido por parte del mismo.

Esto, además de ser una práctica poco recomendable, solo propicia la falta de entendimiento de conceptos claves en los estudiantes de Ingeniería. Aunado a que los problemas de optimización resultan siempre difíciles, son presentados como aplicaciones de la derivada en la parte final del curso, en donde se da a los alumnos una serie de problemas con el único objetivo de utilizar técnicas de Cálculo y herramientas algebraicas para su solución, hecho que propicia un método de solución rutinario y una visión estática de los mismos, siendo el mayor problema el hecho de que no se hace consciente a los alumnos del valor teórico y metodológico del Cálculo como futura herramienta de análisis ante los problemas del ejercicio de la ingeniería.

Es por ello, que consideramos que el valor de este trabajo está en la creación de conocimientos sobre la situación observada. Lo previamente mencionado emana del hecho de entender que la investigación educativa es la oportunidad que tiene el enseñante de mejorar la práctica docente, Benito y Cruz (2005).

Por último, debido a que este trabajo es de corte cualitativo es que hacemos del conocimiento del lector que el propósito será crear una reflexión sobre lo acontecido dentro de las aulas estudiadas. La perspectiva cualitativa permite que el investigador sea natural del espacio social a indagar, cuestión que en el caso específico de la investigación-acción lo convierta en sujeto-objeto. Al respecto Yopo en Zapata (2005; p.176) aclara que la investigación-acción es una actividad investigativa que no culmina en una respuesta de orden teórico sino en la generación de propuestas de acción expresadas en una perspectiva de cambio social, situación que conlleva a que el investigador no solo contemple y reflexione, sino que también actúe acorde a la situación problemática.

2.1 Un día normal de clases

Llegado el momento de exponer el tema de optimización hemos decidido prepararnos para dar una de las mejores clases. Nos ponemos a leer varios textos en los que se explican a detalle una amplia gama de problemas de optimización y su método de solución.

Decidimos elegir los clásicos, el problema de la caja y el problema del granjero, debido a la cercanía del contexto que pueden tener los universitarios con dichos problemas y con la previa suposición de que son problemas que fueron abordados, seguramente tradicionalmente, por los docentes de bachillerato.

Al llegar al salón de clases decidimos explicar cada detalle que lleva a la solución del problema. Y es así como se inicia la exposición del famoso problema de la cajita el cual se realiza de la siguiente manera: Se indica que es necesario realizar un dibujo que ilustre el problema a resolver; se coloca la información dada por el texto en el dibujo; se identifican las variables; se procede a obtener una función, la cual se deriva y se iguala a cero; se despeja así la variable, posteriormente se calcula la segunda derivada y se demuestra que es un máximo; considero que es una de las mejores explicaciones que jamás haya dado en la vida, no deje un solo detalle sin cubrir, al preguntar a los estudiantes si tenían alguna duda, obviamente, la respuesta es nula. Y es así que compruebo que dio frutos mi preparación.

Luego prosigo a explicar un segundo problema, el del granjero, y hago el desarrollo del mismo, similarmente al problema anterior. Mayor es mi asombro cuando al parecer mis estudiantes parecen captar todo detalle. Es momento de poner la cereza en el pastel y dictar un problema que pido a mis estudiantes que resuelvan. Mayúscula es mi sorpresa que al estar esperando la respuesta del mismo, noto que mis estudiantes, no saben por dónde empezar, miradas al techo, al cuaderno del compañero, comentarios que no incumben a la clase, preguntas sin sentido o de conceptos muy básicos que resultan incomprensibles para el docente en un nivel universitario. Y aquí es cuando empiezo a sentir que todo mi esfuerzo fue en balde, pero cavilo y creo que no, son ellos que no tienen las bases suficientes, no estudian lo necesario, no ponen atención, y más excusas que los docentes solemos dar para quitarnos una responsabilidad compartida que debemos de tener. Así que intento dar respuesta a esta situación, y considero que dando la solución en el pizarrón será suficiente.

Luego me doy cuenta que dicha situación ha prevalecido durante muchos años y comienzo a notar que la problemática real no es completamente de los estudiantes, sino que en gran medida la manera en que imparto mi cátedra, en la cual el alumno es simple y sencillamente un receptor que comprende poco o nada de lo que se le transmite, ya que el docente cree que el estudiante se encuentra al mismo nivel cognitivo y sobre todo que las cosas que nosotros damos por asentadas, ellos no piensan de la misma manera.

En mi caminar me tope con una disciplina a la que le llaman Matemática Educativa y empiezo a leer y a darme cuenta de que las cosas que tradicionalmente hago no sean quizá la respuesta a mi problema, y es momento de renovarse o morir.

2.2 El problema y su justificación

A lo largo de mi experiencia docente, puedo afirmar que mis estudiantes siempre tienen dificultades en este tema, por el nivel tan abstracto de algunos de ellos debido a la falta de contextualización que existe en los cursos de matemáticas en los cuales no se le enseña al estudiante la aplicación real de los conceptos matemáticos, pero también en lo que se refiere directamente a la manera en que los docentes planteamos el tema.

Es importante hacer notar que los cursos actuales que se imparten en la mayoría de las instituciones educativas pretenden llevar al estudiante a construir un conocimiento partiendo de lo abstracto y si el tiempo lo permite, en el mejor de los casos, ver unas cuantas aplicaciones particulares. Esto genera un alto índice de deserción de los cursos, un bajo o nulo aprovechamiento de los estudiantes en un curso tradicional lo que propicia una mala contextualización del mismo a causa de la desmotivación existente en nuestros estudiantes.

Es por eso que mi propuesta pretende llevar al estudiante a construir su propio conocimiento, partiendo de situaciones problémicas particulares en las que el estudiante interactúa con diferentes marcos (numérico, visual, verbal), que logre generar un interés real en el curso, para posteriormente llevarlo a un nivel abstracto y finalmente volver a la situación particular, retomando los problemas inicialmente planteados utilizando un último marco, el algebraico.

Al tratar de dar solución a uno de los más grandes retos que presenta hoy en día nuestra sociedad, uno de mis principales objetivos, es que a nivel Ingeniería, los estudiantes tengan un criterio amplio en lo que a resolución de problemas de optimización se refiere, debido a su importancia dentro de las distintas ramas. Cabe mencionar que la optimización es una herramienta esencial en la enseñanza del Cálculo Diferencial en el ámbito profesional, considerándolo como parte de las Matemáticas Aplicadas; cabe enfatizar que en estas se procura el desarrollo de las matemáticas "hacia afuera", es decir su aplicación o transferencia hacia el resto de las áreas.

Al estudiar máximos y mínimos, considero importante el hecho de dejar a un lado el concepto terminal e investigar aspectos relacionados con su génesis. Como podemos constatar históricamente la resolución de problemas de máximos y mínimos originan el desarrollo de un método de solución que ahora conocemos como Cálculo y estos no surgen una vez inventado el Cálculo. Es decir, en la historia del saber nos damos cuenta de que la mayoría de los problemas resueltos por los grandes personajes, estos dan solución a una situación particular que los llevó, en muchos casos, a establecer un procedimiento abstracto que en lo subsiguiente les sirvió para establecer un procedimiento de solución para resolver casos particulares.

Es por esto, que nos remontamos a los tiempos de los Babilonios quienes, estudiando la brillantez de la luna, encontraron situaciones que involucraban variaciones, en su caso, referentes a temas como el tiempo y estableciendo patrones de medida, pudieron calcular la máxima intensidad de la luz de la luna por mera observación. El mismo Apolonio plantea problemas de máximos y mínimos en las cónicas; en la matemática medieval grandes cosas sucedieron para los historiadores matemáticos ya que descubren que el incremento en la ordenada de una curva es cero cuando su punto es un máximo o un mínimo. Al estudiar la medida de las botellas de vino, Kepler, se ve en la necesidad de considerar problemas referentes a máximos y mínimos, al buscar determinar la mejor proporción para estas. Más adelante, Fermat, basándose en los estudios de Pappus, llega a la conclusión de que un problema que requiere dos soluciones puede ser reducido a una solución sencilla mediante el cálculo de su punto máximo o mínimo.

En 1684, el mismo Leibniz, al desarrollar su cálculo, lo llama “u*n nuevo método para los máximos y los mínimos, así como para las tangentes, que no se detiene ante cantidades fraccionarias o irracionales, y es un singular género de cálculo para estos problemas.”*

2.3 ¿Cómo se abordará el problema?

Como se puede observar de lo anterior, es necesario comprender que quizá la técnica de enseñanza que utilizamos y la manera en que están estructurados nuestros cursos no es del todo convincente. Asimismo, esta investigación pretende abordar el beneficio de utilizar problemas particulares como introducción al estudio situaciones abstractas para posteriormente aterrizar y el efecto de la implementación de técnicas docentes diferentes a las tradicionales. Es por esto, que podemos formularnos las siguientes interrogantes:

1. ¿Qué tan pertinente es la aplicación de recursos tecnológicos de apoyo al entendimiento de problemas de optimización en estudiantes de nivel básico en ingeniería?
2. ¿Será significativo el aprendizaje de los estudiantes que utilizaron recursos didáctico-tecnológicos comparado con el de estudiantes que recibieron una enseñanza tradicionalista?
3. ¿De qué manera influye la utilización de recursos tecnológicos como precedente visual y numérico de un problema de aplicación de la derivada con técnicas del cálculo?

Se propone utilizar los problemas de optimización como herramienta introductoria a un curso de Cálculo al presentarlos de manera geométrica, como simples razones de cambio, lo que propicia en nuestros estudiantes un incremento en su pensamiento variacional. Al utilizar la tecnología y en especial un software de geometría dinámica, se pretende introducir al alumno de conceptos claves de Cálculo sin la necesidad de utilizar sus técnicas, que resultará en un mejor entendimiento de los conceptos fundamentales anteriormente abordados. Al permitir a los estudiantes utilizar dichos softwares para resolver problemas que pueden ser interesantes se puede motivar a los estudiantes de un curso de Cálculo a lograr la contextualización del mismo, situación que es muy complicado lograr en los actuales estudiantes de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, con esto se respondería la pregunta 1.

A lo largo del curso se intentará utilizar diversas estrategias didácticas (aprendizaje colaborativo, exposición docente, situaciones didácticas, juego de marcos, etc.) con el único objetivo de constatar la problemática planteada en la pregunta 2; al llegar a la parte de aplicaciones de la derivada, tal y como se hace en un curso tradicional, se replantearán los mismos problemas abordados con anterioridad como herramienta introductoria para comprobar o no la pregunta 3.

Es por eso que pretendo hacer un cambio en mi manera de enseñar y de estructurar el curso, con el único fin de buscar encontrar una estrategia que colabore con la Matemática Educativa y que principalmente ayude a mis estudiantes a finalmente darle una aplicación real al Cálculo dentro de su área de estudio.

2.4 Objetivos de la investigación.

Anteriormente nos hemos planteado tres interrogantes que fungen como directrices en la búsqueda de respuestas en el presentante trabajo. De dichas preguntas surgen tres propósitos que se cumplen con la realización del proceso de investigación.

Evaluar la pertinencia de recursos tecnológicos de apoyo al entendimiento de problemas de optimización con estudiantes de Cálculo en nivel básico de ingeniería.

Comparar el aprendizaje de estudiantes que utilizaron recursos tecnológicos de apoyo al entendimiento de problemas de optimización respecto a estudiantes que recibieron enseñanza tradicionalista.

Conocer el impacto que tiene el uso de materiales de apoyo como precedente visual y numérico en la solución de problemas de optimización de la derivada con técnicas del cálculo.

2.5 Contexto histórico.

En México, la Matemática Educativa, a pesar de su corta existencia, ha intentado explicar el fenómeno de falta de comprensión de conceptos claves en el Cálculo. Cantoral, Cordero, Farfán e Imaz (1990) advierten cuál es la premisa más importante de la que debe partirse en el estudio sobre el fenómeno de la enseñanza del Cálculo: la estructura general del discurso matemático teórico constituye la base menos propicia para comunicar las ideas del Cálculo. Señalan que no debe olvidarse que su enseñanza es para futuros usuarios del mismo y no para expertos en su discurso teórico, pero aclaran que no están a favor de técnicas como aligerar conocimientos o emplear rutinas. En un trabajo posterior, Cantoral y Mirón señalan una dislexia escolar en Cálculo, su enseñanza logra que los estudiantes deriven, integren y calculen límites elementales, pero no son capaces de dar un sentido más amplio a esas nociones que les haga reconocer, por ejemplo, cuándo un problema requiere de calcular una derivada (Cantoral y Mirón, 2000).

Nieves (2005) contextualizando los problemas de máximos y mínimos de tipo geométrico, como situaciones de cambio y circunscribiendo su análisis a la obtención de la función analítica a optimizar, presenta un acercamiento covariacional para su consecución. Realiza un estudio con alumnos de bachillerato de alto rendimiento académico de tres escuelas distintas, quienes trabajando en parejas resolvieron cuatro problemas del tipo de los que se usan en los cursos de Cálculo diferencial. El análisis de la experimentación, aunque se llevó a cabo en base a los resultados de una sola pareja fue representativo de las demás parejas. Descubre que los estudiantes pueden percibir el cambio en variables y con ello darle sentido al análisis de éstas. La mayor dificultad encontrada es el paso de un modo de pensamiento matemático estático a otro dinámico. El acercamiento que presenta muestra evidencia de progreso en la dirección positiva y una estrecha relación de éste con la transformación de imágenes mentales de la situación geométrica.

En la tesis de maestría de Aguilar (2007) se desarrolla y experimenta una propuesta alternativa para la enseñanza del concepto de la derivada (y de la diferencial) que se inscribe dentro de lo que se ha dado en llamar la derivada algebraica, tomada prestada de la historia del desarrollo de la derivada por Riestra (2001) y convertida en una propuesta educativa. La propuesta, de forma congruente con el desarrollo histórico de la derivada (Grabiner, 1983), no recurre previamente, al introducir la derivada, al tradicional límite del cociente diferencial (ya sea de la manera intuitiva o de la rigurosa). En su lugar, al abordar problemas de máximos y mínimos, se desarrollan diferencias de la función en términos de incrementos finitos de la variable independiente y se comparan potencias de diferentes órdenes de dichos incrementos, despreciando las de orden superior con respecto a las de orden inferior, cuando se toman incrementos “realmente” muy pequeños. La derivada aparece de manera natural en estos desarrollos como el coeficiente diferencial. Los problemas de máximos y mínimos adecuadamente seleccionados y ordenados permiten desarrollar gradualmente la teoría matemática involucrada en el concepto de derivada sin recurrir al concepto de límite. Otro cambio importante con respecto a la enseñanza tradicional es el manejo de signos, en lugar de desigualdades, en la caracterización de máximos y mínimos de una función.

3. Marco Teórico.

Es necesario recordar que el aprendizaje en nuestros estudiantes no se da por ósmosis, motivo por el cual el rol que desempeña el docente es innegablemente, fundamental. En esta dirección, Díaz Barriga (2009) considera que la función central del docente consiste en orientar y guiar la actividad mental constructiva de sus alumnos, a quienes proporcionará una ayuda pedagógica ajustada a la competencia. Es por esto que nuestro rol como docentes debe ser el crear un ambiente favorable en nuestras aulas que propicien el aprendizaje significativo en base de una motivación intrínseca de los estudiantes.

Para esto debemos tener las herramientas suficientes y necesarias para aprender a leer la situación áulica, es decir, lograr comprender los mensajes que directamente, y mayormente, indirectamente, nos transmiten nuestros estudiantes con sus actitudes y reacciones que hagan posible la interpretación y comprensión de las necesidades reales de los mismos; es prioritario que los docentes tomemos en cuenta cuál es el conocimiento de partida del estudiante para que a partir de éste, lograr cimentar bases sólidas basándose en situaciones didácticas que provoquen desafíos y reafirmen dicho conocimiento.

Es necesario mencionar en base a mi experiencia docente, que muchas veces he cometido el error de hacer ver a mis estudiantes que obtener la respuesta es el fin perseguido, tal parece que he olvidado que la solución de un problema es solo una parte del trabajo, en ocasiones resulta importante el generar cuestionamientos nuevos que generen situaciones de reflexión en el estudiante (Brousseau, 1999).

Es muy importante considerar que el modo de adquisición de conocimientos debe de ser empleado correctamente, ya que es importantísimo que llevemos a nuestros estudiantes al descubrimiento del concepto y como dice el viejo refrán: "Si quieres ayudar a tu estudiante, no le des el pescado en la boca sino enséñalo a pescar". Haciendo alusión a esto, Díaz Barriga (2009) comenta:

> *"Aprender a aprender implica la capacidad de reflexionar en la forma en que se aprende y actuar en consecuencia, autorregulando el propio proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieren y adaptan a nuevas situaciones (p.114)".*

Es por eso prioritario lograr en nuestros estudiantes un procesamiento complejo que los lleve a elaborar inferencias que puedan ayudar en la solución de un problema específico.

Con la finalidad de interpretar de mejor manera los hechos áulicos que ocurrieron en el presente estudio nos fundamentaremos en tres teorías. Para analizar la forma en la que se da el aprendizaje de los estudiantes usamos la teoría del aprendizaje significativo propuesta por David Ausubel. La teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau la utilizamos para interpretar la relación entre los estudiantes y los recursos de aprendizaje aplicados. Nos trasladamos al origen ontológico del conocimiento matemático planteado por Raymond Duval con la finalidad de conocer las maneras en las que un estudiante utiliza y representa dicho conocimiento.

Por último, construimos un aparato conceptual fundamentado en los tres ejes teóricos para así realizar en apartados posteriores una interpretación personal de los hallazgos obtenidos en el presente proceso investigativo.

3.1 Teoría del aprendizaje significativo.

Al hablar de aprendizaje significativo es indispensable mencionar a David Ausubel, psicólogo educativo que en la década de los sesenta hizo sentir su influencia a través de estudios teóricos de cómo se realiza la actividad intelectual en el ámbito escolar. Aprendizaje significativo es el proceso que se genera en la mente humana cuando subsume nuevas informaciones de manera no arbitraria y sustantiva y que requiere como condiciones: predisposición para aprender y material potencialmente significativo que, a su vez, implica significatividad lógica de dicho material y la presencia de ideas de anclaje en la estructura cognitiva del que aprende. Es subyacente a la integración constructiva de pensar, hacer y sentir, lo que constituye el eje fundamental del engrandecimiento humano (Ausubel, 2002).

Es una relación e interacción entre profesor, aprendiz y materiales educativos del currículum, en la que se delimitan las responsabilidades correspondientes a cada uno de los sujetos protagonistas del evento educativo. Es una idea que engloba a diferentes teorías y planteamientos psicológicos y pedagógicos por ejemplo el conductismo y cognitivismo, que, en todo caso, ha resultado ser más integradora y eficaz en su aplicación a contextos naturales de aula, favoreciendo pautas concretas que lo facilitan.

Es, también, una forma de encarar la velocidad vertiginosa con la que se desarrolla la sociedad de la información, posibilitando elementos y referentes claros que permitan el cuestionamiento y la toma de decisiones necesarios para hacerle frente a la misma de una manera crítica (Ausubel, 2002).

Para lograr un aprendizaje significativo de los problemas de optimización en nuestros estudiantes, es necesario que nosotros como docentes dejemos de lado el aprendizaje memorístico que generalmente propiciamos en nuestros estudiantes al pedirles y en ocasiones, forzarlos, a resolver una amplia gama de problemas cuyo único objetivo es la repetición simple y acumulativa.

Ausubel (2002) postula que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el aprendiz posee en su estructura cognitiva. También hace una clasificación de los tipos y situaciones del aprendizaje escolar que a continuación se explican brevemente y que serán retomadas en la integración del aparato conceptual que fungirá como guía para interpretar los hallazgos de esta investigación:

- La que se refiere al modo en que se adquiere el conocimiento: por recepción y descubrimiento.
- La relativa a la forma en que el conocimiento es subsecuentemente incorporado en la estructura de conocimientos del aprendiz: por repetición y significativo.

3.2 Teoría de las situaciones didácticas.

Guy Brousseau desarrolla la Teoría de Situaciones bajo el marco de un cuerpo de investigadores de habla francesa durante la década de los setenta. Se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una “génesis artificial de los conocimientos matemáticos”, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea.

Brousseau (1999) afirma, que La teoría de las situaciones aparece entonces como un medio privilegiado, no solamente para comprender lo que hacen los profesores y los alumnos, sino también para producir problemas o ejercicios adaptados a los saberes y a los alumnos y para producir finalmente un medio de comunicación entre los investigadores y con los profesores.

El rol fundamental que esta teoría otorga a la situación en la construcción del conocimiento se ve reflejado en la descripción que tomamos de Brousseau (1999) donde define situación como un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas situaciones requieren de la adquisición anterior de todos los conocimientos necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético”.

La situación didáctica es una situación construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado. Brousseau (1999) la define como un conjunto de relaciones establecidas entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio que comprende eventualmente instrumentos u objetos y un sistema educativo representado por el profesor con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución

La perspectiva de diseñar situaciones que ofrecieran al alumno la posibilidad de construir el conocimiento dio lugar a la necesidad de otorgar un papel central dentro de la organización de la enseñanza a la existencia de momentos de aprendizaje, concebidos como momentos en los cuales el alumno se encuentra solo frente a la resolución de un problema, sin que el maestro intervenga en cuestiones relativas al saber en juego.

El reconocimiento de la necesidad de esos momentos de aprendizaje dio lugar a la noción de situación a-didáctica, definida por Brousseau (1999) como toda situación que, por una parte, no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego.

Es necesario llevar al estudiante a lograr un sistema de interacción entre él y los problemas que el docente plantea, A continuación, detalló los elementos anteriormente utilizados para definir situación didáctica:

i. Una situación es la caracterización de un conjunto de relaciones que presentan esencialmente a un jugador capaz de obtener placer, de imaginar una ficción y establecer convenciones y relaciones con un medio indefinido (Brousseau, 1999)

ii. El juego es la organización de esta actividad común sistema de reglas definiendo un éxito y un fracaso, una ganancia o una pérdida (Brousseau, 1999).

Para efectos del presente trabajo manejaremos la situación didáctica como una relación estable entre el alumno y los problemas planteados por el docente por el contrario una situación a-didáctica se entenderá cuando la relación del alumno y los problemas planteados no sea aceptable.

3.3 Teoría de las representaciones semióticas.

Según Raymond Duval (1999), existen por lo menos dos características de la acción cognitiva involucrada en las habilidades matemáticas. Por una parte, se acude a diversos registros de representación semiótica, algunos de ellos han sido concretamente desarrollados para realizar tratamientos matemáticos, por otra parte, los objetos matemáticos no son accesibles mediante la visualización, como ocurre con la mayoría de los objetos en las otras disciplinas.

Las representaciones semióticas juegan un papel primordial en la enseñanza de las matemáticas, ya que son las representaciones las que permiten el acceso a los objetos matemáticos, considerando que las matemáticas, a diferencia de otras ciencias, están contenidas de objetos no tangibles. La actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación (Duval, 1999).

El Concepto se hace accesible a través de diferentes representaciones, el estudiante debe diferenciarlas del objeto matemático, de otra manera no podría haber conceptualización, pues ésta se perdería cuando se confunde el concepto con su representación Es esencial no confundir jamás los objetos matemáticos, es decir, los números, las funciones, las rectas, etc.; con sus representaciones (Duval, 1999)

Duval (1999) expresa que la conversión de las representaciones semióticas se constituye en la actividad cognitiva menos espontánea y más difícil de alcanzar para la gran mayoría de los alumnos. Entre los aspectos que dificultan esta transformación, algunos hacen referencia la comprensión de un contenido limitado algunas veces a la representación en que se aprendió, la falta de coordinación entre los registros o el desconocimiento de alguno de los dos registros de representación. En relación a lo anterior, es de anotar que tanto el lenguaje natural, como el lenguaje simbólico, las tablas, los gráficos, los esquemas, las imágenes, el lenguaje algebraico, permiten estas actividades.

Las representaciones semióticas son representaciones que son conscientes y externas, que permiten mirar el objeto a través de la percepción de estímulos, ya sea puntos, trazos, carácter y que tienen un valor de significantes. Y las representaciones mentales son las que permiten "mirar" el objeto en la ausencia total del significante perceptible, en donde se incorporan los conceptos, las nociones, las ideas, como también las creencias. En síntesis, todas aquellas proyecciones que reflejan los conocimientos, los valores que un individuo comparte con su alrededor.

Para efectos de este estudio utilizaremos las ideas fundamentales de la teoría propuesta por Duval. Es decir, el conocimiento matemático puede ser construido por los alumnos en la representación de un objeto, un concepto o un instrumento. En el nivel de objeto el estudiante logra apreciar las ideas que se le tratan de enseñar. En el nivel de concepto el alumno relaciona las ideas de forma correcta para realizar conexiones ente ellas y así construir un conocimiento. En el nivel instrumento el alumno además de construir el conocimiento logra aplicarlo y representarlo de manera significativa.

3.4 Construcción del aparato conceptual.

La herramienta de interpretación de la realidad que usamos se construye mediante la conjugación de los tres ejes teóricos expuestos brevemente. Obteniendo así una tabla donde se podrá trazar una ruta de aprendizaje para cada estudiante. Dicha tabla se muestra a continuación:

Adquisición de conocimiento	Integración de conocimiento	Relación con el material aplicado	Representación del conocimiento
Por recepción	Por repetición	Didáctica	Como un objeto
Por descubrimiento	Significativo	A-didáctica	Como un concepto Como un instrumento

Tabla 1. Conjugación de las teorías de aprendizaje significativo, situaciones didácticas y Representaciones semióticas.

Pretendemos observar cuatro aspectos del aprendizaje de los estudiantes: La manera en la que adquieren el conocimiento ya sea por recepción es decir lo obtiene sin realizar ninguna practica relacionada al conocimiento o por descubrimiento realizando actividades en relación a lo que se les pretende enseñar.

En segundo lugar, observamos la forma en la que los estudiantes integran ese conocimiento a sus redes cognitivas encontrando dos maneras básicas por repetición haciendo prácticas hasta lograrlo basado en el paradigma de prueba y error situación que en la mayoría de los casos no dura en la memoria de un estudiante o de manera significativa quedando un registro permanente en la memoria del alumno.

Dado que se trabaja con instrumentos aplicados a los alumnos es preciso observar la relación que hay entre el estudiante y los mismos generando así una situación de aprendizaje que puede ser agradable o no. Por último, observamos la manera en la que los alumnos representan lo que aprendieron ya sea como un objeto, un concepto o un instrumento.

Las formas y técnicas de recolección de información, así como los instrumentos de aplicación se exponen en el siguiente apartado.

4. Diseño Metodológico.

4.1 Tipo de estudio.

Teniendo en cuenta que la investigación reportada en este informe se orientó especialmente a indagar sobre el aprendizaje de estudiantes respecto a los problemas de optimización en el cálculo hace necesario darle un enfoque cualitativo interpretativo, el cual se hace comprensible a partir del diálogo con la teoría, dando sentido a lo que cada estudiante desea expresar.

Los resultados presentados son el producto de las interpretaciones que hace el investigador a la luz de la teoría, las cuales son orientadas por las ideas que el autor tiene del mundo y de la forma como éste debe ser estudiado; de este modo busca el análisis interpretativo y comprensivo de la realidad del contexto investigado.

Este proceso constante de indagación permite la obtención de información proporcionada por los instrumentos, en búsqueda de la interpretación y comprensión de la realidad en el contexto del aula para la construcción de teorías en el marco de la Matemática Educativa para tal efecto utilizamos el siguiente diseño de investigación.

4.2 Diseño del estudio.

El presente trabajo se basa en la aplicación de algunas prácticas desarrollas por el M.C. Héctor Portillo docente especializado en matemáticas y con amplia experiencia en esta clase de situaciones didácticas. Las prácticas se ponen a prueba en base a la metodología propuesta por Michelle Artigue conocida como Ingeniería didáctica.

La ingeniería didáctica se originó en la didáctica de las matemáticas propuesta por un grupo de académicos franceses. Estos investigadores educativos a través de los descubrimientos realizados durante la década de los ochenta del siglo XX acuñaron el concepto de ingeniería didáctica (Artigue, 1995). La describieron como una metodología para realizar innovaciones tecnológicas orientadas a matemáticas. La ingeniería didáctica se utiliza en didáctica de las matemáticas, con una doble función: como metodología de investigación y como técnica para la producción de situaciones de enseñanza-aprendizaje.

Artigue, en 1995, muestra que dicha metodología consta de dos niveles fundamentales. En el nivel de micro-ingeniería las investigaciones tienen por objeto el estudio de un determinado tema, se desarrollan en el entorno natural del investigador y toman en cuenta principalmente la complejidad de los fenómenos en el aula. En complemento, el nivel de macro-ingeniería permite comparar la complejidad de las investigaciones de nivel micro con la de los fenómenos asociados a la duración de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje.

Como metodología de investigación, la ingeniería didáctica se caracteriza por ser un esquema basado en las realizaciones didácticas en el aula, por el registro de los estudios de caso y por la validación basada en la confrontación entre el análisis preliminar y el posterior (Artigue, 1995). Consta de cuatro etapas para realizar un estudio: En primer lugar, los análisis preliminares (A priori) son necesarios respecto al cuadro teórico-didáctico general y sobre los conocimientos temáticos adquiridos por el estudiantado y relacionados con el tema. Los rubros más frecuentes se centran en el análisis epistemológico de los contenidos, contemplados en la enseñanza, los efectos de la instrucción tradicional sobre los estudiantes, las concepciones de los alumnos sobre las dificultades y obstáculos que determinan su evolución y el campo de restricciones, donde se va a situar la realización didáctica.

La segunda fase, elaboración de la estrategia didáctica, consiste en crear la estrategia a seguir. Se fundamenta en los análisis preliminares que son la base del método con el cual se espera mejorar el comportamiento y aprendizaje de los estudiantes. Para ello se toman en cuenta todos los factores de riesgo y variables diseñadas previamente.

Experimentación es la tercera etapa, y consta de la realización de pruebas con un número limitado de estudiantes donde se requiere la explicitación de los objetivos y condiciones de realización de la investigación a los participantes de la prueba.

Los análisis posteriores a la aplicación de la estrategia didáctica son la cuarta fase, que consiste en analizar los datos recolectados durante la experimentación de la estrategia didáctica. Estos datos surgen de las observaciones y de las producciones elaboradas por los estudiantes en el aula o fuera de ella.

Los datos se completan con otros obtenidos mediante la utilización de diversas técnicas de recolección como: cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, generalmente se realizan durante cada sesión de enseñanza (Artigue, 1995).

4.3 Participantes.

De un grupo de 30 estudiantes que cursaron la materia de Calculo I en el semestre Enero junio de 2015 solicitamos la participación voluntaria de los alumnos obteniendo tres personas interesadas en formar parte de este ejercicio investigativo. Por efectos de confidencialidad de información a petición de los propios participantes se suprimen datos personales de los alumnos y se les renombrara con los pseudónimos “Alfa”, “Beta” y “Gama” a la hora de escribir las vivencias de los mismos.

4.4 Ruta a seguir.

Según lo planteado por Artigue (1995) el nivel de micro-ingeniería es adecuado para efectos del presente estudio ya que trabajamos en el entorno particular del investigador y los participantes. Además, buscamos conocer las reacciones de los estudiantes en un entorno áulico generado por el docente y la interacción hacia ciertos recursos de aprendizaje. El proceso seguido es fundamentado en las cuatro fases de la ingeniería didáctica, a continuación, se describe lo realizado en cada una de ellas.

4.4.1 Análisis a priori.

El objetivo de esta primera etapa de investigación es conocer la situación preliminar de los participantes en cuanto a la significatividad del aprendizaje de las matemáticas que han tenido a lo largo de su vida, las situaciones didácticas que han vivido en su andar por los diversos niveles educativos al cursar matemáticas y la relación que los estudiantes han tenido con problemas aplicados fuera de las enseñanzas tradicionalistas.

Para lograr lo anterior nos fundamentamos en una entrevista semiestructurada construida en base a la propia experiencia del investigador, así como los tres ejes teóricos directrices del presente estudio. Las preguntas lanzadas a los participantes son lo menos direccionadas que el investigador puede plantear esperando así que el estudiante decida que desea responder y hacia donde pretende dirigir su respuesta.

El dialogo con los participantes en esta etapa se da en base a tres preguntas semilla y de ahí el investigador dirigirá el dialogo según la respuesta de cada entrevistado. La primer pregunta semilla fue “¿Qué tanto has aprendido de matemáticas en tu vida escolar y a que atribuyes la causa de ese aprendizaje?”. Con esta pregunta nos damos una idea especifica de cómo ha sido la vida académica del estudiante en relación a matemáticas. El investigador trata de inducir al estudiante mediante el diálogo a que indique si ha reprobado alguna vez matemáticas, así como a que tanta importancia les da a los conocimientos de esta asignatura y a que atribuye el estudiante el haber reprobado o no un curso.

La segunda pregunta semilla es “¿Qué papel consideras que jugó tu maestro de matemáticas respecto al éxito/fracaso que tuviste en tus cursos previos?”. Con esta pregunta buscamos conocer la situación didáctica que ha tenido el alumno respecto a los docentes con los que ha tratado con la finalidad de crear algún supuesto de predisposición al aprendizaje que esta por adquirir.

La tercer pregunta semilla es “¿Cómo ha sido tu experiencia al trabajar con problemas de aplicación de las matemáticas en un laboratorio?”. Lo que buscamos es que el estudiante detalle sus vivencias previas si es que las tiene acerca de los problemas de aplicación de las matemáticas en entornos distintos a los salones tradicionales, el investigador trata de averiguar si los estudiantes han trabajado en laboratorios de matemáticas alguna vez en su vida académica y si es así, como fue su experiencia.

Con la entrevista buscamos crear una trayectoria particular de cada participante acerca de la forma en que ha adquirido e integrado conocimiento matemático a sus capacidades cognitivas, la situación o situaciones didácticas que el estudiante ha pasado durante los distintos niveles educativos. La manera de representación del conocimiento es obtenida mediante observación por parte del docente y es subjetiva a las experiencias de este. En base a la información recabada se adaptaron tres practicas propuestas por el maestro Portillo, en su manual de prácticas, a continuación, se detalla el proceso de selección de cada una.

4.4.2 Diseño del experimento.

Práctica 1

La primera práctica plantea el problema típico de la construcción de la caja abierta de cartón, cortando pequeños cuadrados iguales en las esquinas. El objetivo de esta práctica es encontrar mediante la ayuda del software y un análisis meramente funcional, la obtención del punto máximo sin ayuda del cálculo. Se pretende que el estudiante, al manipular el archivo de Cabri, pueda encontrar la relación existente entre el corte a realizar y el volumen de la caja mediante un registro de representación algebraico, gráfico, numérico y verbal.

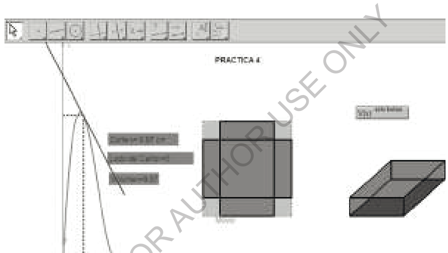


Imagen 1. Pantalla de Cabri del problema de la caja.

Se le pide determinar el dominio de la función para conocer las restricciones del corte, después encontrar una expresión para el área del corte, que dependa de la longitud del corte “x” y se pide una justificación de dicha ecuación. Después se pide al estudiante que sugiera una fórmula para encontrar el volumen de la caja en función de la longitud del corte y se le pide que la pruebe con distintos valores y comprobándola con la información que proporciona el software. Al estar convencido de que su función es correcta se procede a pedirle que realice una observación de la gráfica de la función en el Cabri para que describa la forma en que cambia el volumen de la caja al variar el corte y se le pide que determine la longitud del corte que genera el máximo volumen. Se pretende que el estudiante pueda hacer una conexión entre la pendiente de la recta tangente a la curva y el valor máximo de la caja. Finalmente, se espera que el estudiante pueda encontrar la forma vértice o estándar de la ecuación cuadrática para relacionarla con el punto máximo del volumen de la caja y se le pide la descripción de los pasos realizados.

Práctica 2

La segunda práctica se plantea el problema de un ranchero que necesita hacer un corral para encerrar sus gallinas, para ello dispone de suficiente material para construir 10 metros lineales de cerco, se le pide las dimensiones del corral rectangular para poder encerrar la mayor cantidad de gallinas. En esta actividad se le proporcionan elementos de software que le permiten manipular un punto puede variar las dimensiones de la base y altura del rectángulo y obtener de manera inmediata las medidas del perímetro y área del mismo. También puede obtener la gráfica de la función dando clic en un botón proporcionado con ese fin.

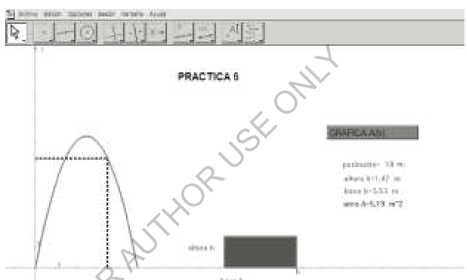


Imagen 2: Pantalla de Cabri que muestra el problema del ranchero.

En primer lugar, se pretende observar si el estudiante puede arribar a un concepto de pensamiento variacional al cuestionarle cuantos diferentes rectángulos se pueden formar. Después en el registro de representación algebraico se le pide el Área del corral en notación funcional. Utilizando la función o el software se le pide que complete una tabla que relaciona a la longitud de la base con el área cercada y se pide que trace una gráfica de esta relación. Se le cuestiona la forma de la misma y se le pide que marque en la gráfica la solución que cree que hará más feliz al ranchero. Entrando al registro numérico se le pide el valor del área mayor que encuentra en el software y el valor aproximado de la base b en ese momento. Se le pide que compare la gráfica construida en la actividad con la gráfica que proporciona el software y se le piden conclusiones al respecto, abordando el registro verbal.

Práctica 3

La tercera práctica es un problema donde se plantea que se van a usar diez centímetros de alambre para formar un cuadrado y un triángulo equilátero, se pretende que el estudiante minimice la suma del área de ambas figuras.

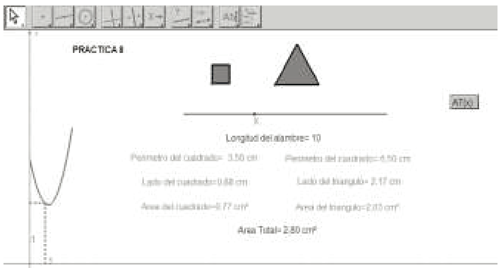


Imagen 3. Pantalla de cabri que muestra el problema del alambre.

En esta práctica ya no se guía al estudiante a la construcción de las ecuaciones y se pretende observar si por su cuenta y con las herramientas proporcionadas en el aula, es capaz por sí mismo de encontrar la función que representa el área del cuadrado, el área del triángulo y la suma de las áreas de ambas figuras. Se le pide que grafique en cualquier software las ecuaciones que el propone y que las compare con la gráfica propuesta en Cabri. Se le pide que determine el valor del corte que minimiza el área de ambas figuras.

4.4.3 Experimentación.

Las prácticas fueron aplicadas en el laboratorio de matemáticas del Instituto de Ingeniería y Tecnología (IIT) de la UACJ. El laboratorio se encuentra localizado en el edificio Y5, en la planta alta del mismo y está identificado bajo la etiqueta Y5-209. Es un lugar de trabajo muy amigable con el estudiante, ya que su infraestructura es muy ergonómica, ya que cuenta con equipos de cómputo de vanguardia equipados con el software necesario para impartir la materia de Cálculo. Tiene capacidad para atender a 30 estudiantes distribuidos en 10 filas de tres computadoras divididas en tres bloques. Cuenta con equipo de retroproyección y es de libre tránsito para el monitoreo del docente.

El software empleado en esta etapa fue Cabri Géomètre II conocido como un cuaderno de Geometría dinámica. Permite la manipulación libremente de figuras con actualización de cálculos en tiempo real, lo que hace un trabajo verdaderamente interactivo. Se decidió usar este Software porque los estudiantes únicamente manipulan un applet, no hacen una construcción.

El laboratorio constituye un ámbito privilegiado para el aprendizaje, con énfasis en la elaboración de prototipos didácticos para el proceso de enseñanza aprendizaje de las asignaturas de soporte matemático. El laboratorio de matemáticas significa un soporte académico que hará posible que las actividades de docencia se presten en condiciones significativas para el alumnado[1].

Los tres estudiantes contaron con todos los recursos necesarios para realizar las prácticas de manera completa y correcta. Las entrevistas se dieron en el mismo lugar de manera individual entre el investigador y el participante.

4.4.4 Análisis a posteriori.

Después de aplicar las prácticas seleccionadas durante la fase dos y realizar las observaciones pertinentes en la etapa experimental concluimos el estudio analizando los efectos de dichos recursos didácticos en el aprendizaje de los tres participantes.

Para lograr en análisis posterior a la aplicación de las practicas trabajamos nuevamente con una entrevista semiestructurada con algunas preguntas semilla donde el investigador dirige el dialogo con la finalidad de obtener respuestas que aclaren las preguntas de investigación planteadas inicialmente. La primer pregunta semilla es "¿Qué diferencias encuentras entre los métodos utilizados por el profesor durante este semestre con respecto a tus experiencias anteriores?". Lo que el investigador busca es que el estudiante compare sus vivencias previas con respecto a las vivencias que tuvo en el semestre donde se utilizaron las practicas propuestas por el maestro Portillo.

La segunda pregunta semilla es "¿Cómo consideras que fue el entorno generado en el laboratorio de matemáticas y de qué manera influyo el mismo en tu desempeño en este semestre?". Buscamos conocer la situación didáctica que el estudiante vivió en el laboratorio y de qué manera impactó dicho espacio el aprendizaje significativo de los estudiantes.

[1] http://sirio.uacj.mx/IIT/cfm/matematicas/Paginas/laboratoriomatematicas.aspx

La última pregunta semilla fue: “En estas actividades se les distribuyeron unas hojas de trabajo y se utilizó el software Cabri ¿De qué manera influyeron estos recursos en tu desempeño a lo largo del semestre?”. Intentamos producir respuestas que nos hablen acerca de la significatividad que hubo para cada uno de los participantes respecto a su aprendizaje a la conceptualización de ideas y a la representación de las mismas.

Las interpretaciones personales de la información obtenida en ambas etapas de análisis se encuentran expresadas en la siguiente sección.

5. Análisis de la información.

Para efectos de interpretar de manera clara la información recabada durante las entrevistas el usaremos el esquema conceptual generado en la sección de marco teórico con la finalidad de marcar una especie de grafica entre los niveles en los cuales se ubica a cada participante tanto en el análisis a priori como en el análisis a posteriori.

A continuación, se muestra un ejemplo de la forma en la que se utilizará el esquema conceptual para interpretar la realidad de cada participante cabe mencionar que dicho ejemplo no es relacionado a ninguno de los participantes de esta investigación.

Adquisición de conocimiento	Integración de conocimiento	Relación con el material aplicado	Representación del conocimiento
Por recepción	Por repetición	Didáctica	Como un objeto
			Como un concepto
Por descubrimiento	Significativo	A-didáctica	Como un instrumento

Tabla 2. Ejemplo de aplicación del esquema conceptual en la realidad de un participante.

En el ejemplo se muestra que hay una adquisición de conocimiento por recepción, pero el mismo se integra a la mente del participante de manera significativa lo que genera una situación didáctica. Por lo anterior dicha persona lograría una representación del conocimiento como un concepto.

Los análisis de cada participante en las dos etapas de la ruta metodológica se muestran en las siguientes secciones. Así mismo se realizó una comparación entre la realidad de los participantes en el análisis a priori y a posteriori con la finalidad de detectar avance o retroceso en sus condiciones.

5.1 Análisis a priori.

Al realizar las entrevistas semiestructuradas con los participantes nos encontramos con una cantidad bastante considerable de información por lo cual nos dimos a la tarea de depurarla y seleccionar a interpretación personal los comentarios más importantes de cada estudiante. Dichos comentarios se citan de manera textual tanto en este análisis como en el análisis a posteriori.

Después de clasificar y categorizar la información obtenida en las entrevistas se construyó un cuadro similar al mostrado en la Tabla 2 para cada participante. Los hallazgos obtenidos se exponen a continuación.

5.1.1 Participante Alfa.

El Primer participante entrevistado se mostró con cierta inseguridad a la hora de responder en la entrevista, el participante se mostró un tanto dudoso por responder y sus respuestas fueron algo confusas y difíciles de entender. La entrevista comenzó con un cuestionamiento acerca de sus experiencias previas en asignaturas de matemáticas. El alumno inmediatamente se remontó a una experiencia particular en la educación media superior "*Pos, el profe nos enseñó lo que pudo, pero si fui yo el que no quiso poner atención, no quise estar ahí, cosas así*."

Fue notorio que el participante deslinda casi en su totalidad al docente de su aprendizaje tomando una actitud individualista e insegura hacia las labores del profesor en turno. En otro fragmento el alumno comentó.

> "Pues yo creo que depende más del alumno que del profesor, el profesor simplemente va y hace su trabajo y ya depende del alumno si toma o no, también depende de las circunstancias en las que este el alumno, a lo mejor tiene mucha presión o si yo opino que si el alumno tiene éxito es por su parte, no tanto por el maestro, porque hay otros medios para aprender, en caso de que el maestro no haga bien su trabajo".

Cuando cuestionamos al estudiante sobre sus experiencias previas en la utilización de problemas de aplicación simplemente se limitó a comentar lo siguiente*: "En algebra, yo tuve problemas de aplicación, pero no se le parece mucho".*

Si bien las respuestas del estudiante fueron efímeras en base a lo recabado en la entrevista y a las observaciones realizadas en la etapa de experimentación logramos obtener el siguiente esquema que trata de esbozar las experiencias del estudiante previo al curso de Calculo 1.

Adquisición de conocimiento	Integración de conocimiento	Relación con el material aplicado	Representación del conocimiento
Por recepción	Por repetición	Didáctica	Como un objeto
Por descubrimiento	Significativo	A-didáctica	Como un concepto
			Como un instrumento

Tabla 3. Interpretación de la información obtenida sobre el participante Alfa en el análisis a priori.

Podemos observar que alfa se muestra muy independiente a los docentes y tiende a aprender por su cuenta sin embargo dichos aprendizajes no alcanzan a ser significativos quizá provocado por la situación a didáctica que vivió en sus estudios previos. Alfa no logró interpretar conceptos matemáticos fuera del nivel objeto mediante fórmulas o procedimientos mecanizados.

5.1.2 Participante Beta.

El segundo participante entrevistado se mostró mucho más colaborativo desde el inicio aportó sus experiencias sin temor siempre se mostró seguro de sí mismo y de lo que hablase en el momento especifico. Lo primero a resaltar de la voz de Beta es su opinión sobre la relación de los docentes y los alumnos además del papel de los mismos en el proceso de aprendizaje. Beta mencionó lo siguiente:

> “Es por parte de los dos, si el alumno no quiere entender, pues no voy a entender, pero si el alumno le echa ganas y aparte los profesores ponen su disponibilidad pues si se logra un éxito entre ambos, de hecho en la preparatoria tuve un profesor desde primero, segundo y tercero de hecho y él nos citaba los sábados para los que no entendían y pues casi toda la clase iba, pero si entendían unos y de igual manera iban, como que ofrecer extraescolares funcionó en un buen aprendizaje para los alumnos”.

Es notorio que la experiencia previa de Beta hacia los docentes de matemáticas es didáctica y generó un comportamiento abierto hacia el conocimiento de esta disciplina. El trabajo realizado por un docente en particular resulto en un aprendizaje significativo para Beta lo que generó además una cierta dependencia hacia el aprendizaje por recepción.

Cuando la entrevista continuó abordamos las experiencias previas en el uso de software y problemas de aplicación a lo que beta comentó:

> "De hecho tuve un profesor que llevaba el cabri, y el nada más le movía y mirábamos que se llenaba, de hecho él puso una alberca y que supuestamente la alberca se iba a llenar, si es diferente a como él no lo enseño que yo no lo había utilizado, a cuando ya lo utilice yo y dije si mueves un punto puedes ir visualizando como se mueve, entonces si había trabajado con cabri pero no manejado solo observado".

Continuando con la entrevista ya casi al terminar cuestionamos al participante sobre su interés por trabajar con problemas aplicados a lo que contestó; "*Pues sí, porque no es lo mismo ver que estarlo realizando, o sea, lo ves y dices es una aplicación, pero ya al momento de utilizarlo ya es como que más práctico*".

En base a toda la información recabada en la entrevista y a la observación realizada obtuvimos el siguiente esquema para las experiencias previas de Beta.

Adquisición de conocimiento	Integración de conocimiento	Relación con el material aplicado	Representación del conocimiento
Por recepción	Por repetición	Didáctica	Como un objeto
			Como un concepto
Por descubrimiento	Significativo	A-didáctica	Como un instrumento

Tabla 4. Interpretación de la información obtenida sobre el participante Beta en el análisis a priori.

La buena relación de Beta para con sus docentes de matemáticas y la labor de los mismos al no permitir que los alumnos trabajasen por su cuenta generó que el aprendizaje del estudiante se meramente receptivo sin embargo la buena relación personal genero la significatividad adecuada para el participante además de producir una situación didáctica sobresaliente.

5.1.3 Participante Gama.

La entrevista con Gama fue a nivel personal fue bastante amena, el participante se mostró amistoso y abierto en todo momento. Sin embargo, a la hora de responder los cuestionamientos planteados por parte del investigador notamos que hay cierta predisposición negativa hacía los docentes en general, pero al referirse a los docentes de matemáticas y su aportación al proceso de enseñanza aprendizaje el estudiante comentó:

> “Lo que pasa es que el profesor si tiene que ver con el aprendizaje pues él es el que me va a enseñar, y ya es tu decisión si quieres aprender matemáticas o no”.

Fue notorio que a pesar de que sus relaciones con los docentes no son buenas el participante es consciente de que la responsabilidad en el proceso de aprendizaje es compartida por él y por los profesores de manera simultánea. Sin embargo, los inconvenientes personales de Gama generaron que al inicio de esta investigación su situación fuera extremadamente a didáctica sin significatividad a la hora de aprender.

La entrevista continuó de manera normal sin embargo el participante siguió contando experiencias personales sin ser especifico en sus respuestas. A la hora de referirse a sus experiencias previas en el área de matemáticas y problemas aplicados el estudiante dijo:

> “El simple hecho de estar viendo en diferentes programas, como el winplot, el cómo se grafica una gráfica, le puedes entender más bien, encontrar la recta tangente, al ver la longitud de onda en un programa, como que de alguna manera te motivan, o aprendes mejor observando”.

Al hablar de las experiencias previas del participante nos dimos cuenta de que se dedicó meramente a observar lo que los docentes realizaban en el salón de clases a pesar de que en ocasiones las ideas no eran apropiadas correctamente por parte del estudiante lo que generó que su aprendizaje no fuera en absoluto significativo y la situación creada se tornase a didáctica.

Adquisición de conocimiento	Integración de conocimiento	Relación con el material aplicado	Representación del conocimiento
Por recepción	Por repetición	Didáctica	Como un objeto
			Como un concepto
Por descubrimiento	Significativo	A-didáctica	Como un instrumento

Tabla 5. Interpretación de la información obtenida sobre el participante Gama en el análisis a priori.

Los diagramas construidos para el análisis a priori se compararán con los realizados en el análisis a posteriori con la finalidad de obtener conclusiones específicas para cada participante.

5.2 Análisis a posteriori.

Después de convivir con los estudiantes durante un semestre completo fue muy notorio que al final del mismo se mostraran más abiertos al dialogo y con mucha confianza hacia la investigación. Situación que generó mayor riqueza de información para las entrevistas de análisis a posteriori en cada uno de los participantes.

5.2.1 Participante Alfa.

Iniciamos la entrevista con Alfa conversando acerca de sus impresiones sobre el semestre completo, los niveles de dificultad de mismo y el agrado por parte del estudiante hacia el contenido de la asignatura. Alfa comentó:

> "Pues en mi caso, en parte se me hizo bien y en parte mal, se me hizo como que había más distracción, no me enfocaba tan bien a lo que era el curso, y perdí un poco el hilo, pero me gustó mucho que hubiera ejercicios prácticos que supiéramos manejar las ondas, todo eso de las gráficas".

Podemos observar que el curso no fue del total agrado de Alfa. Un supuesto personal que descubrimos con este participante es que el entorno generaba constantes distracciones ya sea por los mismos compañeros, el teléfono celular o agentes externos provocados por la vida personal de Alfa.

El dialogo continuo de manera amena. En un punto del mismo tocamos las condiciones físicas del laboratorio de matemáticas y el ambiente que generó el mismo para estudiar:

> “El lugar es muy abierto no puedo mirar bien hacia el pizarrón, no sé si sea un problema con mi vista, pero batallo para ver, hay veces que usted estaba proyectando yo no veía muy bien las letras, la luz es uno de los factores, en un salón me siento bien, eso fue lo que me afecto, así estuviera enfrento no alcanzaba a distinguir”.

Notamos que la posible causa de las distracciones de Alfa sea que no tenía la suficiente visibilidad de los contenidos mostrados por el profesor lo que generó sin duda alguna que su aprendizaje por recepción se volviera casi nulo.

Después de comentar sobre la falta de visibilidad el alumbrado del espacio donde se trabajó dirigimos el dialogo hacia las experiencias vividas por el estudiante al trabajar con las prácticas y el software propuesto a lo que Alfa respondió:

> “Nos da la idea de estar en el problema, por ser parte del problema nosotros podemos llenar el tanque o vaciarlo y en dado caso se suplanta lo físico, es más bien como si lo estuviéramos haciendo nosotros mismos”.

Notamos mucho agrado por la solución de problemas de manera independiente e interactiva “*Siendo parte del problema*”. El aprendizaje por descubrimiento de Alfa fue muy utilizado y en opinión personal, rindió buenos frutos. Otro comentario interesante al respecto fue que el programa y las prácticas facilitaron la comprensión de contenidos que no se tenían muy claros por parte del estudiante. Alfa dijo:

> “Que está muy práctico, eso de mover los puntos, de hecho, yo entendí mucho mejor lo que fue funciones con ese programa, ahh, pues con razón es exponencial o lineal”.

En esta misma línea de dialogo preguntamos a Alfa de manera personal si las prácticas le habían ayudado a obtener un mejor aprendizaje y de qué manera a lo que respondió:

> "Si, a mi si me ayudo bastante. Por ejemplo, yo si entendí muy bien con esas prácticas, entendí cosas que de hecho en el curso no había entendido y no hubo necesidad de molestar al maestro para que me explicara".

Algo que influyó en el desempeño del participante fue la hoja de trabajo que se proporcionó para cada practica dejando la misma claramente entendida por el alumno al respecto Alfa comenta: *"A mí se me hizo mucha falta la hoja de trabajo, se me hizo más fácil a que el profe me estuviera explicando, en vez de eso la hoja de trabajo ayuda mucho*". Podemos notar la preferencia de Alfa por trabajar en las prácticas por sí mismo en lugar de hacerlo con la guía del docente.

Como comentario final sobre el nivel de dificultad del semestre Alfa dijo: **"***A mí me gustó mucho, porque el profesor me despertó de que ya estaba en la universidad, en otras materias que llevo son demasiado sencillas*",

Con toda la información recabada en la entrevista logramos construir el cuadro de interpretación para Alfa quedando de la siguiente manera.

Adquisición de conocimiento	Integración de conocimiento	Relación con el material aplicado	Representación del conocimiento
Por recepción	Por repetición	Didáctica	Como un objeto
			Como un concepto
Por descubrimiento	Significativo	A-didáctica	Como un instrumento

Tabla 6. Interpretación de la información obtenida sobre el participante Alfa en el análisis a posteriori.

Observamos en la tabla 6 que Alfa aprendió por descubrimiento y dicho aprendizaje quedo asimilado en su memoria de manera significativa. La relación con el material generó una situación didáctica en la percepción del estudiante. Sin embargo, no se logró que Alfa represente el conocimiento en forma de instrumento.

5.2.2 Participante Beta.

La entrevista con Beta al igual que al inicio del semestre fue amena. El participante se mostró colaborativo desde un inicio siempre compartiendo experiencias previas y dando un poco de humor a sus comentarios. En primer lugar, realizamos una pregunta para comparar sus experiencias previas con lo vivido en el curso de Calculo I. Beta comentó.

> "Pues si fue diferente, porque su disposición a enseñarnos, y luego aparte la manera en que explicaba se tomaba tiempo para darnos como datos referentes a la vida cotidiana, o sea, no utilizaba nada más el libro, el libro y el libro, se enfocaba más a explicar por sí mismo, es decir, daba su aprendizaje. En la secundaria tuve maestros que sacaban todo del libro y al pizarrón y ya. De hecho, se tomó el tiempo, nos llevó al laboratorio, fueron diferentes actividades que atribuyen, o te apoyan para el crecimiento académico".

Podemos notar mucho agrado por los métodos utilizados por el docente, las actividades realizadas en el laboratorio sin duda alguna generaron significatividad en el estudiante además de una situación didáctica sumamente agradable.

La entrevista continuó de manera normal. Cuando abordamos el agrado o desagrado de las prácticas implementadas en este trabajo el alumno dijo:

> "A mí me gusto, este, es otra manera de aprendizaje porque mucho se ha dicho que la tecnología y la educación no van de la mano, que la tecnología te desatiende de tu estudio, pero en realidad si van de la mano, si sabes aplicarla, entonces el cabri si se me hizo muy práctico para las funciones, de hecho el que pudiéramos mover el punto para localizar o sea en la gráfica, pues si se me hizo muy buen programa".

Respecto a las hojas de trabajo proporcionadas por el docente para la realización de los ejercicios en el laboratorio Beta mencionó:

> "Unas están muy claras porque si decían exactamente lo que hicieras, pero en otras te planteaba la pregunta de una manera que en lo personal no entendía, en la que, de

verdad, no sé qué me están preguntando".

Podemos observar que en las hojas de trabajo pueden existir inconvenientes por lo que es preciso dar una revisión profunda a las mismas nuevamente.

Cuando abordamos el tema de la significatividad del aprendizaje para los estudiantes Beta lo relacionó directamente con la utilidad hacia ellos a lo que comentó:

> "Pues sí, si te sirve como alumno, pues lo estás haciendo tú, es tu práctica, si te dan una hoja es como ir a laboratorio a hacer una práctica de física, es como especie de práctica lo estas practicando tú, el profesor te puede explicar en clase pues es esto, esto y esto, vas a hacer así, y lo ves y dices sí, pero al momento de estarlo tu realizando te lo estas grabando, pues como tú lo estas aplicando, se te está quedando grabado y no es lo mismo a que digas en clase y en clase ponle que si lo entiendas pero no a esas dimensiones y en un software así si".

Podemos asumir que al considerarlo de mucha utilidad el alumno registró el aprendizaje obtenido de forma significativa en su memoria. Finalmente cuestionamos al participante sobre la totalidad del curso, sus experiencias vividas en el mismo y la relación del profesor con los estudiantes. Un comentario que personalmente me pareció relévate fue:

> "Súper curso, se me hizo muy padre el curso, me pareció una nueva modalidad de llevar cálculo, no es el típico curso de resolver problemas de tal página a tal página. Hubo más interacción entre el profesor y los alumnos, las dudas se aclararon muchas en clase y yo en lo personal en el examen trataba de recordar las clases que teníamos y no por el hecho de estudiar sino recordar como lo aprendí".

Después de analizar toda la información recabada en la entrevista con Beta logramos obtener el siguiente esquema conceptual de interpretación:

Adquisición de conocimiento	Integración de conocimiento	Relación con el material aplicado	Representación del conocimiento
Por recepción	Por repetición	Didáctica	Como un objeto
			Como un concepto
Por descubrimiento	Significativo	A-didáctica	Como un instrumento

Tabla 7. Interpretación de la información obtenida sobre el participante Beta en el análisis a posteriori.

En la tabla 7 observamos que el estudiante logró una realidad muy positiva durante el semestre de Cálculo 1. El único inconveniente es que no logro atravesar el nivel de representación conceptual.

5.2.3 Participante Gama.

La entrevista con Gama nuevamente fue amena y agradable a nivel personal, sin embargo, la predisposición del participante hacia los métodos de enseñanza es muy palpable. Cuando cuestionamos como fue la experiencia de Gama en el uso de los recursos didácticos planteados el participante comentó:

> “Para mí sería un poco más difícil, porque de alguna manera al estarlo viendo lo visualizas y sacas que si muevo un punto baja o que si muevo un punto sube, de alguna manera el tenerlo visualizado y estar moviendo el punto ese no te ayuda demasiado”.

Observamos que el participante no se mostró cómodo con el trabajo individual y por descubrimiento. Gama continúa en la persistencia del aprendizaje por recepción de manera visual.

Cuando en el dialogo abordamos la significatividad que produce el recurso del Cabri con las hojas de trabajo Gama comentó:

> “No, pues también, si te ayuda mucho. Bueno en particular a mí de alguna manera lees las instrucciones y el programa ese te ayuda mucho, porque en las hojas te decía por ejemplo a cuanto equivale tal número y pues tú movías el punto en el programa y te daba tal número, sin la necesidad de hacer una especie de cálculo”.

Volvemos a notar que Gama aprecia más los recursos de manera visual donde pueda solo estar viendo o seguir una serie de instrucciones sin la necesidad de descubrir situaciones por su cuenta.

Por último, en las entrevistas preguntamos a Gama sobre sus impresiones a lo largo del curso de Calculo I, Gama dijo: “En general se me hizo muy bueno el curso, porque el profesor explica de alguna manera entendible y el darnos herramientas para las derivadas pues si me gusto el curso en sí”.

Después de la entrevista a interpretación personal no observamos muchas variaciones en la realidad de Gama por lo que el esquema de interpretación queda como se expresa en la tabla 8.

Adquisición de conocimiento	Integración de conocimiento	Relación con el material aplicado	Representación del conocimiento
Por recepción	Por repetición	Didáctica	Como un objeto
			Como un concepto
Por descubrimiento	Significativo	A-didáctica	Como un instrumento

Tabla 8. Interpretación de la información obtenida sobre el participante Gama en el análisis a posteriori.

En el apartado siguiente realizamos un contraste sobre los esquemas de interpretación realizados en el análisis a priori respecto a los realizados en el análisis a posteriori con la finalidad de detectar cambios en cada participante.

5.3 Contraste de Análisis a priori y a posteriori.

Para realizar el contraste nos fundamentaremos nuevamente en el esquema conceptual planteado anteriormente con la diferencia de que en este caso compararemos las líneas producidas por cada estudiante en el análisis a priori y a posteriori.

Iniciaremos el contraste con Alfa. Observamos primeramente el esquema conceptual producido por ambos análisis en la tabla 9. Podemos observar que Alfa mejoro en algunos de los marcos conceptuales que estamos analizando.

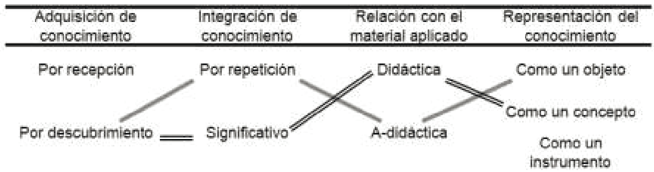


Tabla 9. Contraste entre el análisis a priori y a posteriori para Alfa.

En primer lugar, observamos que la adquisición del conocimiento en Alfa se conservó de la misma manera para el análisis a priori y posteriori. Según las vivencias de Alfa en aprendizaje por descubrimiento sigue dominando en su manera de aprender después del curso de cálculo 1.

Sin embargo, vemos que su experiencia generó una significatividad notoria en Alfa. La situación a didáctica producida al inicio del semestre también se pudo transformar en una situación didáctica probablemente producida por el material utilizado en el curso. Aunado a lo anterior logramos una mejor representación de los conceptos matemáticos en forma de instrumento que la existente en forma de objeto.

Con Alfa logramos un cambio en su perspectiva relacionada a las matemáticas en general además de generar un aprendizaje significativo del curso de Cálculo 1 lo que sin duda provocó una mejor representación de los conceptos de la asignatura.

Beta nuestro segundo participante tenía una mejor formación en cuanto a los contenidos de la asignatura además que para él las matemáticas ya eran algo significativo sin embargo su forma de aprender era demasiado dependiente a las acciones de los docentes por lo que este trabajo logro despertar su interés por el trabajar de forma independiente y descubrir los conocimientos de una manera distinta. En el contraste esquemático solo podemos observar el cambio en el primer rubro.

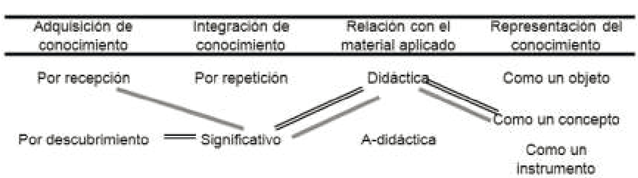


Tabla 10. Contraste entre el análisis a priori y a posteriori para Beta.

Con Beta logramos un descubrimiento en la forma de aprender. El estudiante entendió que además de lo que recibe por parte del docente existen múltiples maneras de desarrollar sus conocimientos.

El último participante a opinión del investigador no mostró mucha evaluación en ninguno de los conceptos que integran el esquema construido para finas de este trabajo por lo que la tabla de contraste se muestra de la siguiente manera.

Tabla 11. Contraste entre el análisis a priori y a posteriori para Gama.

Sin duda es alarmante que un participante no lograse algún cambio significativo sin embargo desde la perspectiva del investigador Gama no avanzo en su aprendizaje, no logró una buena relación con los recursos presentados en el laboratorio de matemáticas. Además de lo anterior Gama no es capaz de representar el conocimiento de ninguna forma adecuada por lo que decidimos dejarlo en el primer nivel a falta de alguna interpretación para ello.

Las conclusiones personales del autor sobre todo el proceso investigativo se encuentra expuestas en la siguiente sección del presente documento.

6. Conclusiones.

Al buscar un aprendizaje significativo por medio de imágenes visuales en Cabri que fortalezcan las imágenes mentales generadas habitualmente en los estudiantes dentro de un aula convencional, podemos llevar a nuestros estudiantes a un procesamiento complejo de información que los lleve a elaborar inferencias y principalmente a la construcción de conocimientos que a posteriori lo auxiliaran en la solución de otro tipo de problemas. Cabe mencionar que se puede realizar la misma investigación utilizando el Geogebra.

Al llevar al estudiante al laboratorio de matemáticas se logra sacarlo de la rutina habitual y tradicional del salón de clases, y con esto se toma ventaja para teniendo al alumno en un ambiente en el que se siente cómodo, intentar estrategias nuevas, que ayuden a la construcción de dicho conocimiento. Esto genera el desarrollo de distintas habilidades tales como la búsqueda de información al propiciar un ambiente de desequilibrio interno que logre hacer que el estudiante se plantee una serie de interrogantes; habilidad de asimilación al ver virtualmente e interaccionar con situaciones que con anterioridad parecían imposibles; habilidades organizativas al enseñarlos a disponer de los recursos tecnológicos en momentos de incertidumbre; habilidades inventivas al evitar el rigor de los temas matemáticos y propiciar el razonamiento inductivo; habilidades analíticas al propiciar el razonamiento deductivo; habilidades de comunicación al pedirles un consenso con sus compañeros sobre sus respuestas a las situaciones y con la elaboración de journals en los que se expresan sus experiencias con el saber matemático.

Es por eso que la tarea es crear situaciones didácticas que ayuden a clarificar la cercanía de los problemas y el Cálculo con el estudiante y que logren una motivación intrínseca a lograr su solución inmediata y a ampliar sus conocimientos en un ambiente muy propio de cada estudiante. Cabe mencionar que cada situación o situaciones didácticas diseñadas para lograr este fin, deben ser planeadas previo a un diagnóstico hecho al grupo para el cuál van a ser aplicadas, debido a que estas no funcionan de la misma forma cada vez que se utilicen, lo cual indica que se deben crear en base a las necesidades del grupo.

Muchas veces los docentes nos quejamos de que los estudiantes no realizan las tareas que se les asignan, y los llamamos desobligados e irresponsables, pero quizá no nos hemos puesto a pensar que gran parte de la culpa recae en nosotros, tal como nos lo hace saber Brousseau (1999): *“Pero ¿qué hacer si un estudiante se* *rehúsa o evita el problema, o simplemente no lo resuelve? El docente tiene la obligación social de ayudarla y algunas veces de justificarla por haberle dado una pregunta que es demasiado difícil*” (p.31). Con esto, el docente debe darse cuenta de la importancia de plantear situaciones didácticas que interesen al estudiante y que lo hagan adquirir un compromiso consigo mismo de la importancia de construir un sólido cimiento de su propio aprendizaje.

Esto, aunado al cambio en la manera de enseñar por parte del docente puede generar cambios substanciosos en el aprendizaje obtenido dentro del aula. A este sistema de obligaciones reciprocas Brousseau lo llama contracto didáctico. Tal y como lo menciona Díaz Barriga (2009):

> “El papel de la motivación en el logro del aprendizaje significativo se relaciona con la necesidad de inducir en el alumno el interés y esfuerzo necesarios, y es labor del profesor ofrecer la dirección y guía pertinentes en cada situación (p. 36)”.

Por lo tanto, debemos darnos a la tarea de aceptar nuestros errores en la falta de aprendizaje de nuestros alumnos y generar un contracto didáctico implícito, en el cual se logre bosquejar lo que el estudiante espera del maestro y viceversa; de tal forma que ambos jueguen el papel que les corresponde para favorecer el proceso enseñanza-aprendizaje y no sólo estar esperanzados a que es obligación del estudiante y culparlo a él por todo.

Desafortunadamente, en el ambiente escolar cotidiano, los maestros de Matemáticas manejamos mayormente un marco algebraico, en pocas ocasiones lo gráfico, otras cuantas lo numérico y escasa o nulamente, lo verbal. Sin considerar que las veces en que estos se utilizan son en ambientes didácticos complemente alejados uno del otro. Como resultado, nunca se logra crear una situación en la que el estudiante pueda lograr una combinación de estos cuatro registros de representación para lograr formar redes neuronales que faciliten la comprensión y el aprendizaje de un tema determinado.

Aunado a esto, fomentamos una mala concepción de conceptos matemáticos que propician la mala aplicación de los mismos y una nula contextualización de las herramientas matemáticas disponibles como medio de solución a problemáticas de la vida diaria.

Considero muy importante el hecho de llevar al estudiante a interactuar en diversos registros de representación que le ayuden a ampliar las maneras en que este lo puede comprender logrando así la construcción de conocimientos como un instrumento de ayuda en la vida cotidiana.

Al realizar esta investigación, nos pudimos percatar de que un docente debe estar comprometido con su trabajo y ser un miembro activo y participativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje propuesto. Es seguro, que nuestra labor docente debe ser modificada y soy consciente de que implica un gran reto y mucho trabajo en el diseño y adaptabilidad de las situaciones didácticas, en base a las necesidades de cada grupo y sobre todo de cada individuo.

A partir de este trabajo, surge la necesidad de readaptar y ampliar estas situaciones didácticas a problemas más significativos en el campo de la industria, contexto propio de nuestra localidad, y en los cuales la mayoría de nuestros estudiantes están inmersos.

Es sorprendente como los estudiantes fueron capaces de resolver problemas de optimización únicamente con la ayuda de medios algebraicos y tecnológicos, pero sin ninguna herramienta del cálculo. Lo que nos hizo reflexionar en que es posible motivar a los estudiantes a lograr el objetivo final de cualquier curso, lograr la contextualización de los contenidos del curso de Cálculo Diferencial. Sé que será un gran reto, pero estoy convencido de que se puede lograr.

7. Referencias.

Águeda, B., y Cruz, A. (2005). *Nuevas claves para la docencia universitaria en el Espacio Europeo de Educación Superior.* Madrid: Narces España.

Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática un esquema para la investigación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Madrid. Grupo editorial Iberoamérica

Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. .* México: Paidos editores.

Brousseau, G. (1999). *Educación y didáctica de las matemáticas. .* México: Educación Matemática.

Díaz Barriga, Á. (2009). *Pensar la didáctica.* Buenos Aires: Amorrurtu editores.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* México: Grupo de educación matemática. .

Zapata, O. (2005). *Herramientas para elaborar tesis e investigaciones socioeducativas.* Mexico: Pax Mexico.

8. Bibliografía

Aguilar, A. M & Riestra, J. A. (2009) Una introducción algebraica y dinámica al concepto de derivada. El Cálculo y su Enseñanza, Cinvestav del Instituto Politécnico Nacional, México D.F.

Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En Parra, C. et al. *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones.* Paidós Educador, Argentina.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers -Mathematics Educations Library, Vol. 19, Holanda.

Cantoral, R. (1998). Enseñanza y aprendizaje en ambientes tecnológicos: el caso de la matemática escolar. Serie: *Antologías*, No. 3. Área de Educación Superior del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav – IPN, México.

Cantoral, R. (1999). Pensamiento y lenguaje variacional en la enseñanza contemporánea. En R. Farfán (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 12 (I).

Dubinsky (Eds.). *The Concept of Function,* Mathematical Association of America, Washington, U. S. A.

Elliot Jhon (2000). La investigación-acción en educación. Ediciones Morata, S.L.

Farfán, R. (1997). *Ingeniería didáctica.* Un estudio de la variación y el cambio. Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Hitt, F. (1996). Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos*. Investigaciones en matemática Educativa*. Grupo Editorial Iberoamérica.

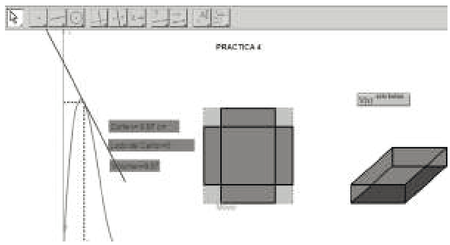
Nieves A. (2005). Una metodología de trabajo para estudiar las situaciones de cambio en problemas geométricos que se consideran como problemas de aplicación de máximos y mínimos. Tesis de doctorado, Cinvestav del Instituto Politécnico Nacional, México D.F.

Roth, W. (1996). Where is the context in contextual word problems?:Mathematical practices and products in Grade 8 students' answers to story problems. *Cognition and Instruction.*

Sierpinska, A. (1995). Mathematics: "In Context", "Pure" or "With Applications"? A Contribution to the Question of Transfer in the Learning of Mathematics. *For the Learning of Mathematics* 15.

ANEXO I: Prácticas puestas en escena.

Práctica 1:



Se requiere hacer una caja abierta de cartón, cortando pequeños cuadrados iguales en las esquinas, si el cartón mide 5 cm. por 5 cm. ¿Qué tan grande deben ser los cuadrados de las esquinas para que la caja tenga la máxima capacidad?

1. Mueve el punto.
2. Encuentra el área del corte x que se le hace a la caja

....

3. Escribe una expresión algebraica para el área de la caja (que dependa del corte x)

....

Explica dicha expresión

....
....

Encuentra una función del volumen de la caja

....
....

4. ¿Cuál es el dominio de dicha función (en el contexto del problema)?

....
....
....

5. Prueba la función del volumen, que encontraste en el punto anterior, con los datos que se dan en la actividad.

x	$v(x)$
.29	
.84	
2.5	

7. Observando la gráfica de la función resultante describa la forma en que cambia el volumen de la caja al variar el corte x.

....

....

Al mover el corte x, que valor x produce el máximo volumen.

....

....

¿Cómo se comporta la pendiente de la gráfica en ese punto?

....

....

Y ¿Cuál el valor del volumen?

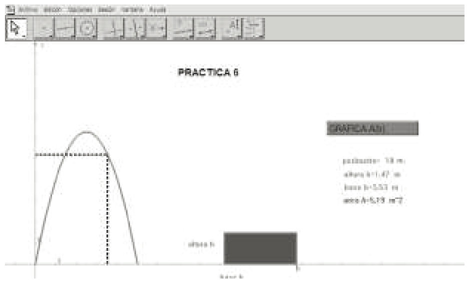
....

8. ¿Cómo encontrarías el volumen de la caja de una manera algebraica?

9. ¿Escribe los pasos que debes llevar acabo para encontrar el máximo de una función?

10. ¿Qué pasos se deben llevar acabo si se quiere encontrar un mínimo?

Práctica 2



Un ranchero necesita hacer un corral para encerrar sus gallinas. Para ello dispone de suficiente material para construir 10 metros lineales de cerco. ¿Cuánto deberá medir los lados de su corral rectangular que tenga la mayor superficie posible (que utilice en su construcción los 10 m. Lineales de cerco).Con objeto de poder encerrar la mayor cantidad de gallinas?

1. - Mueve lentamente el punto *b* y observa.
2. - ¿Cuántos diferentes rectángulos se pueden formar?

....

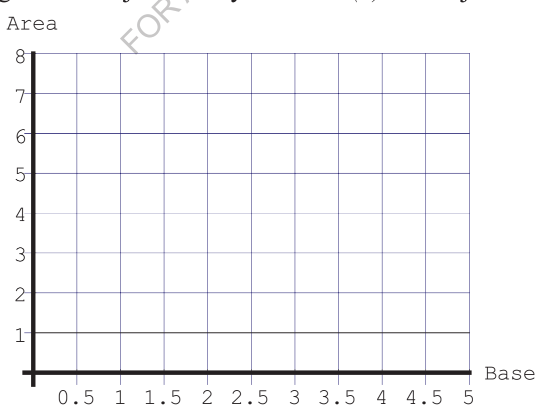
....

3. Pon el área *A* en notación de función

4. - Utilizando la función que encontraste en el punto 10 ó con la computadora llena la siguiente tabla:

Base b (m)	Area Encerrada (m^2)
0	
0.5	
1	
1.5	
2	
2.5	
3	
3.5	
4	
4.5	
5	

5. - Localiza los puntos (*b*, *A(b)*) en el siguiente plano, representando la base *b* del rectángulo en el eje de la *x* y su área *A(b)* en el eje de la *y*.



6. - ¿Qué forma tiene la gráfica?..

7. - Coloca un asterisco donde creas que la solución hará más feliz al ranchero

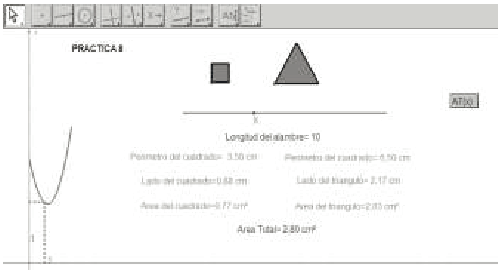
8. - ¿Cuál es el área mayor?..

¿Cuál es el valor aproximado de la base *b*, que corresponde a dicha Área?...

Presiona el botón Gráfica A(b) ¿Cómo se comporta la pendiente de la recta tangente en el máximo? ....

9. ¿Cómo encontrarías el máximo de la función sin utilizar cálculo?

Práctica 3.



Se van a usar diez cm. de alambre para formar un cuadrado y un triángulo equilátero. ¿Qué cantidad de alambre debe usarse para el cuadrado y para el triángulo a fin de obtener la menor área posible?

1.- Encuentra el área del cuadrado en términos de la variable x. (Escribe el Procedimiento)

2.- Encuentra el área del triángulo en términos de la variable x. (Escribe el procedimiento)

3.- Con los puntos 1 y 2, encuentra el área total en términos de x.

4.- Compara los resultados evaluando la fórmula anterior con la actividad en la

computadora. (Es correcto tu resultado, explica)

....
....

5.- Utiliza otro programa para graficar funciones y comprueba la gráfica presionando, el botón AT(x).

6.- Según estas gráficas, ¿cuál es el valor x que minimiza el área?...............................

Y ¿Cuál es el valor del área?..

7.- Comprueba los valores del punto anterior, utilizando cálculo.


More Books!
yes
I want morebooks!