



COMPARACIÓN NUMÉRICA ENTRE LA REGLA DE MINER Y MODELO NO LINEAL PARA ACUMULAR EFICAZMENTE EL DAÑO GENERADO POR VIBRACIÓN ALEATORIA



Conference Proceedings ICONIS – VIII 2024.
Mazatlán, México, Mayo 29-31, 2024. Pag. 161-165

ISSN (Online): 2711-3310

**María, Hernández-
Ramos***

*Universidad Autónoma
de Ciudad Juárez,
magdalena.hernandez@
uacj.mx*

**Manuel, Piña-
Monarrez**

*Universidad
Autónoma de
Ciudad Juárez,
manuel.pina@ua
cj.mx*

**Jesús, Barraza-
Contreras**

*CommScope
Industry,
jesus.barraza@u
acj.mx*

**Oswaldo,
Monclova-
Quintana**

*Universidad
Autónoma de
Ciudad Juárez,
al228139@alumnos.
uacj.mx*

Resumen: *El artículo presenta un análisis numérico de la acumulación del daño generado por vibración aleatoria en un componente mecánico. En el análisis se incorpora un factor dinámico para incorporar el efecto generado sobre el daño, debido a geometría, peso y resonancia del material. El daño se acumuló en base a la rutina de Matlab. Finalmente, de la comparación se concluye que debido a que la*

vibración es aleatoria y se comporta no lineal, el modelo no lineal es más eficiente.

Palabras clave: *Vibración aleatoria, Regla de Miner, Modelo de daño no lineal*

1 INTRODUCCIÓN

Los elementos mecánicos durante su vida operacional acumulan daño

* Citación: Hernández Ramos, M., Piña Monarrez, M., Barraza Contreras, J., y Monclova Quintana, O. (2024). Comparación numérica entre la regla de Miner y modelo no lineal para acumular eficazmente el daño generado por vibración aleatoria. *Conference Proceedings of the International Congress on Innovation and Sustainable*, México, Mayo 29-31, 2024, p.p. 161–165.

generado por vibración (Piña-Monarez, 2019). A medida que estos se someten a mayor número de ciclos de carga, la longitud de grieta (daño) aumenta. Después de cierta cantidad de ciclos, la grieta provoca falla (Lee et al., 2005). Para su análisis hay varios métodos, uno de los cuales es muy utilizado y se conoce como la regla de acumulación de daño lineal, también llamada regla de Miner. En este método, el daño causado por cargas cíclicas *de amplitud constante* se expresa como la relación entre el número de ciclos aplicados, n_i , a un nivel de tensión σ_i y el número de ciclos hasta la falla, N_i . La falla ocurre cuando el daño acumulado alcanza el valor de uno (Hectors & De Waele, 2021). Debido a que la vibración aleatoria presenta un comportamiento no lineal, la regla de Miner es ineficiente para describir de manera adecuada el comportamiento del elemento mecánico (Harris & Piersol, 2002). Para ver numéricamente esta deficiencia se compara con el modelo de daño no

lineal basado en la curva de daño (Manson & Halford, 1981).

2 MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

El principio de daño acumulado según la regla de Miner (Miner, 1945) se fundamenta en la idea de que la resistencia a la fatiga se establece al aplicar distintos niveles de tensión cíclica, lo que contribuye a una cantidad específica de daño en un componente. En consecuencia, la regla de Miner se emplea para predecir la vida total de un componente sometido a una secuencia de niveles de carga cíclica. Mediante la ecuación 1,

$$D_i = n_i/N_i \quad (1)$$

Donde n_i representa el número de ciclos para un nivel de tensión específico, N_i es el número de ciclos hasta la falla y D_i representa el daño acumulado que el material experimenta durante la aplicación de la carga. Si $D_i \leq 1$, esto indica que el componente no fallará.

En la ecuación 2, la regla de Palmgren-Miner es un modelo simplificado que no permite una

evaluación probabilística del diseño seleccionado, lo cual es esencial en el análisis de fatiga (Castillo & Fernández-Canteli, 2009).

$$D = \sum_{i=1}^{i=k} (n_i/N_i) \quad (2)$$

En vista de las limitaciones de la regla de acumulación de daño lineal y la naturaleza no lineal de la vibración aleatoria, se han creado diversos modelos de acumulación de daño no lineal. Entre ellos, Richart y Newmark (Hectors & De Waele, 2021) propusieron un modelo de curva de daño. Posteriormente, Marco y Starkey (Xu et al., 2021) desarrollaron el primer modelo no lineal de acumulación de daños dependientes de la carga expresado en la ecuación 3,

$$D = \sum \left(\frac{n_i}{N_i} \right)^{C_i} \quad (3)$$

Donde n_i representa el número de ciclos de carga aplicada a un nivel de tensión específico σ_i , mientras que N_i es el número de ciclos hasta la falla en ese mismo nivel de tensión. El término C_i refleja el efecto de la

secuencia de carga y D representa el daño total.

3 METODOLOGÍA

En la aplicación numérica del método lineal y no lineal, se hace un análisis de densidad espectral de potencia para evaluar la vida a fatiga de una pieza sometida a vibración aleatoria del caso de estudio presentado por (Kumar, 2008). Para el caso del análisis Kumar utilizó el método lineal de Miner, mediante la técnica de las tres bandas de la distribución gaussiana (Steinberg, 2000), en su análisis el método se utilizó para determinar el número de ciclos aplicados y los esfuerzos máximos que determinan los ciclos a la falla.

El segundo método es un análisis no lineal en el cual se sigue la metodología de (Barraza, 2022). Los pasos de la metodología consisten en:

- Calcular el esfuerzo de flexión provocado por el efecto de la vibración aleatoria.
- Determinar de forma efectiva los ciclos, n_i , utilizando Matlab.

- Determinar el número de ciclos totales N_i .
- Determinar el daño acumulado generado por la vibración.

4 RESULTADOS

En el análisis lineal de Kumar, usando el método de tres sigmas con un esfuerzo base a $\sigma = 55.4\text{Mpa}$, se determinan los ciclos aplicados quedando de la siguiente manera;

$$1\sigma \ n_1 = 550771.2 \text{ ciclos}$$

$$2\sigma \ n_2 = 218534.4 \text{ ciclos}$$

$$3\sigma \ n_3 = 34917.12 \text{ ciclos}$$

Empleando estos esfuerzos de flexión en la curva S-N, los ciclos a la falla son;

$$1\sigma \ N_1 = 6.08E + 07$$

$$2\sigma \ N_2 = 7.24E + 05$$

$$3\sigma \ N_3 = 5.40E + 04$$

Con los valores n_i y N_i en la fórmula 2 se encuentra, que el daño acumulado es 0.9571. Así la vida útil remanente es de 4.29%.

Para el análisis no lineal se determina el esfuerzo de flexión dinámico generado por el perfil de prueba mostrados en tabla 1, una vez obtenida la información mediante el

uso de la librería de vibrationdata del software MATLAB se determinan los ciclos aplicados de estrés Rainflow mostrados en la figura 1 y los ciclos totales considerando las propiedades del material.

Frecuencia (Hz)	Aceleración de respuesta Ares (G)	Esfuerzo de Flexión σ_{vib} (Mpa)
20	21.5784	21.5784
50	46.6803	32.14
80	59.0976	51.25
120	72.3411	72.56
150	80.6031	86.95
200	70.5429	106.4

TABLA 1. ACELERACIÓN DE RESPUESTA

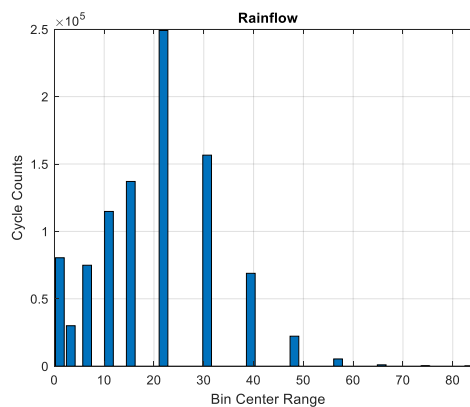


FIGURA 1. CICLOS APLICADOS n_i

5 CONCLUSIONES

La regla de Miner utiliza 3 bandas en donde $1\sigma = 55.4$, $2\sigma = 110.8$ el $D_2 = \frac{n_2}{N_2} = 0.3018$, por otro lado, en el modelo no lineal utilizando la aceleración de respuesta es de $\sigma =$

106.40, así dado que $2\sigma = 110$ tiende a ser 106 la comparación se hace solo con D_2 . La falla ocurre en $D = 1$, $1 = D_2 + D_2 + D_2$ es decir la falla ocurre después de las 3 cargas en Miner, en el modelo no lineal la falla $D = 1$ ocurrió en la 7 carga. La diferencia entre los modelos es que Miner es un análisis estático y en el modelo no lineal es acumulativo considerando la no linealidad.

6 REFERENCIAS

- Barraza, J. M. (2022). Metodología para la Acumulación del Daño por Fatiga Provocado por Vibración Aleatoria. Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.
- Castillo, E., & Fernández-Canteli, A. (2009). A Unified Statistical Methodology for Modeling Fatigue Damage.
- Harris, C. M., & Piersol, A. G. (2002). Harris' shock and vibration handbook (5th ed.). McGraw-Hill.
- Hectors, K., & De Waele, W. (2021). Cumulative damage and life prediction models for high-cycle fatigue of metals: A review. *Metals*, 11(2), 1–32. <https://doi.org/10.3390/met11020204>
- Kumar, S. M. (2008). Analyzing Random Vibration Fatigue. *ANSYS Advantage*, II (3), 39–42. www.ansys.com
- Lee, Y.-L., Pan, J., Hathaway, R., & Barker, M. (2005). Fatigue Testing and Analysis.
- Manson, S. S., & Halford, G. R. (1981). Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage. In *International Journal of Fracture* (Vol. 17, Issue 2).
- Miner, M. A. (1945). Cumulative Damage in Fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, 12(3), A159–A164. <https://doi.org/10.1115/1.4009458>
- Piña-Monarez, M. R. (2019). Weibull analysis for normal/accelerated and fatigue random vibration test. *Quality and Reliability Engineering International*, 35(7), 2408–2428. <https://doi.org/10.1002/qre.2532>
- Steinberg, D. S. (2000). *Vibration analysis for electronic equipment*. John Wiley & Sons.
- Xu, X., Li, Y., Huang, W., Chen, D., Zhang, C., & Shi, W. (2021). Fatigue design of steel bridge deck asphalt pavement based on nonlinear damage accumulation theory. *Applied Sciences* (Switzerland), 11(12). <https://doi.org/10.3390/app11125668>