

## **Dedicatoria**

A Sócrates y Karla (una pareja ideal), mis padres.

A mi esposa Alma Rosa y a mi hijo Tulio Martín.

## **Motivación**

*Las estructuras están ligadas a nuestras vidas de tal suerte que no podemos darnos el lujo de ignorarlas; después de todo, cada planta y animal y casi todas las obras del hombre tienen que soportar pequeñas o grandes esfuerzos mecánicos sin colapsar; así que prácticamente todo, de una forma u otra, es una estructura.*

Tomado del libro 'Estructuras, o Por Qué las Cosas no se Caen', de James Edward Gordon.

# Contenido

Dedicatoria.....	1
Motivación .....	2
Contenido.....	3
Prefacio .....	9
Agradecimientos .....	11
Capítulo 1. Introducción .....	12
1.1 Consideraciones Generales .....	12
1.2 Definición de Viga, Armadura y Marco.....	13
1.3 Grado de Indeterminación Estática en Vigas, Armaduras y Marcos en el Plano.....	15
1.4 Grado de Indeterminación Estática en Armaduras y Marcos en el Espacio .....	17
1.5 Grados de Libertad en Vigas, Armaduras y Marcos en el Plano .....	17
1.6 Grados de Libertad en Armaduras y Marcos en el Espacio .....	17
1.7 Ejemplos.....	18
1.7.1 Estructuras de la Fig. E-1.1 .....	19
1.7.2 Estructuras de la Fig. E-1.2 .....	22
1.7.3 Estructuras de la Fig. E-1.3 .....	24
1.7.4 Estructuras de la Fig. E-1.4 .....	26
1.8 Herramientas de Cómputo para el Análisis Estructural .....	27
1.9 Hoja de Cálculo MS Excel .....	27
1.10 Hoja de Cálculo para la Solución de la Fórmula General .....	28
1.11 Hoja de Cálculo para Operaciones con Vectores .....	28
1.12 Hoja de Cálculo para la Determinación de Esfuerzos Normales y Deformaciones.....	29
Capítulo 2 Fuerza Cortante y Momento Flexionante en Vigas y Marcos.....	30
2.1 Introducción .....	30
2.2 Fuerza Cortante y Momento Flexionante en Vigas Estáticamente Determinadas .....	30
2.2.1 Ecuaciones de fuerza cortante y de momento flexionante .....	31
2.2.2 Criterio de signos.....	32
2.2.3 Diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante .....	33
2.3 Ejemplos.....	33

2.3.1 Viga de la Fig. E-2.1.....	34
2.3.2 Viga de la Fig. E-2.2.....	38
2.3.3 Viga de la Fig. E-2.3.....	41
2.3.4 Viga de la Fig. E-2.4.....	44
2.4 Diagramas de Fuerza Cortante y de Momento Flexionante para Marcos Estáticamente Determinados .....	45
2.5 Ejemplos.....	45
2.5.1 Marco de la Fig. E-2.5 .....	46
2.5.2 Marco de la Fig. E-2.6.....	50
2.6 Hoja de Cálculo para Determinar Valores de la Fuerza Cortante y del Momento Flexionante en Vigas.....	54
Capítulo 3 Deflexiones en Vigas .....	55
3.1 Introducción .....	55
3.2 Teoría de la Viga Elástica .....	56
3.3 Método de la Doble Integración.....	57
3.4 Ejemplos.....	58
3.4.1 Viga de la Fig. E-3.1.....	59
3.4.2 Viga de la Fig. E-3.2.....	62
3.4.3 Viga de la Fig. E-3.3.....	64
3.4.4 Viga de la Fig. E-3.4.....	66
3.5 Método del Área de Momentos.....	70
3.5.1 Primer teorema del área de momentos .....	70
3.5.2 Segundo teorema del área de momentos .....	71
3.6 Ejemplos.....	72
3.6.1 Viga de la Fig. E-3.5.....	73
3.6.2 Viga de la Fig. E-3.6.....	76
3.6.3 Viga de la Fig. E-3.7.....	77
3.6.4 Viga de la Fig. E-3.8.....	79
3.7 Hoja de Cálculo para la Determinación de Constantes de Integración del Método de la Doble Integración .....	81
Capítulo 4 Método de la Rigidez para Vigas .....	82
4.1 Introducción .....	82
4.2 Métodos de Análisis de Estructuras .....	82
4.3 Principios Fundamentales del Método de la Rigidez.....	83

4.4 Tipos de Vigas y Grado de Indeterminación Estática .....	84
4.5 Acciones de Extremo en las Vigas .....	85
4.6 Grados de Libertad de Vigas .....	85
4.7 Rigideces de Miembro de Vigas .....	85
4.8 Matriz de Rigidez de Nudo para Vigas .....	86
4.9 Ecuación Matricial de Equilibrio de Nudos .....	87
4.10 Aplicación del Método de la Rigidez para la Solución de Vigas.....	88
4.11 Ejemplos.....	89
4.11.1 Viga de la Fig. E-4.1.....	90
4.11.2 Viga de la Fig. E-4.2.....	95
4.11.3 Viga de la Fig. E-4.3.....	98
4.11.4 Viga de la Fig. E-4.4.....	100
4.12 Hoja de Cálculo para la Solución de Vigas usando el Método de la Rigidez.....	103
Unidad 5 Armaduras Estáticamente Determinadas .....	104
5.1 Introducción .....	104
5.2 Tipos de Armaduras .....	104
5.3 Fuerzas en los Miembros de una Armadura.....	105
5.4 Métodos de Análisis de Armaduras .....	105
5.5 Método de los Nudos.....	105
5.6 Ejemplos.....	107
5.6.1 Armadura de la Fig. E-5.1 .....	107
5.6.2 Armadura de la Fig. E-5.2 .....	110
5.6.3 Armadura de la Fig. E-5.3 .....	113
5.7 Método de las Secciones .....	115
5.8 Ejemplos.....	116
5.8.1 Armadura de la Fig. E-5.4 .....	116
5.8.2 Armadura de la Fig. E-5.5 .....	118
5.9 Hoja de Cálculo para la Solución de Armaduras usando el Método de los Nudos.....	120
Capítulo 6 Método de la Rigidez para Armaduras.....	121
6.1 Introducción .....	121
6.2 Acciones de Extremo en los Miembros de las Armaduras.....	121
6.3 Grados de Libertad de Armaduras .....	121
6.4 Rigideces de Miembro de Armaduras .....	121

8.6 Hoja de Cálculo para la Solución de Vigas Continuas usando el Método de Distribución de Momentos.....	173
Capítulo 9 Análisis Aproximado de Estructuras.....	174
9.1 Introducción .....	174
9.2 Análisis Aproximado de Vigas Continuas .....	174
9.3 Ejemplos.....	175
9.3.1 Viga de la Fig. E-9.1.....	176
9.3.2 Viga de la Fig. E-9.2.....	178
9.4 Análisis Aproximado de Armaduras .....	180
9.4.1 Armadura de montantes unitarios.....	181
9.4.2 Armadura tipo Pratt .....	182
9.5 Ejemplos.....	184
9.5.1 Armadura de la Fig. E-9.3 .....	185
9.5.2 Armadura de la Fig. E-9.4 .....	186
9.6 Hoja de Cálculo para la Solución de Armaduras usando Métodos Abreviados.....	187
9.7 Análisis Aproximado de Vigas de Marcos Sujetos a Cargas Verticales.....	188
9.7.1 Método de los puntos de inflexión .....	188
9.7.2 Método simplificado de distribución de momentos .....	188
9.8 Ejemplos.....	189
9.8.1 Viga de la Fig. E-9.5.....	190
9.8.2 Viga de la Fig. E-9.6.....	191
9.9 Análisis Aproximado de Marcos Sujetos a Cargas Laterales. Método del Portal.....	192
9.10 Ejemplos.....	193
9.10.1 Marco de la Fig. E-9.7 .....	195
9.10.2 Marco de la Fig. E-9.8.....	199
9.11 Hoja de Cálculo para la Solución Aproximada de Vigas y Marcos.....	203
Capítulo 10 Vibración de Sistemas de Un Grado de Libertad.....	204
10.1 Introducción .....	204
10.2 Ecuación de Movimiento de Sistemas de Un Grado de Libertad .....	204
10.3 Vibración Libre .....	205
10.3.1 Sin amortiguamiento.....	205
10.3.2 Con amortiguamiento .....	206
10.4 Vibración Forzada.....	207

6.5 Matriz de Rigidez de Nudo para Armaduras.....	124
6.6 Ecuación Matricial de Equilibrio de Nudos .....	124
6.7 Aplicación del Método de la Rigidez para Resolver Armaduras .....	124
6.8 Ejemplos.....	124
6.8.1 Armadura de la Fig. E-6.1 .....	125
6.8.2 Armadura de la Fig. E-6.2 .....	129
6.8.3 Armadura de la Fig. E-6.3 .....	132
6.8.4 Armadura de la Fig. E-6.4 .....	134
6.9 Hoja de Cálculo para la Solución de Armaduras usando el Método de la Rigidez.....	137
Capítulo 7 Método de la Rigidez para Marcos .....	138
7.1 Introducción .....	138
7.2 Tipos de Marcos .....	138
7.3 Acciones de Extremos en los Miembros de los Marcos.....	139
7.4 Grados de Libertad de Marcos .....	139
7.5 Rigideces de Miembro de Marcos.....	139
7.6 Matriz de Rigidez Nudo para Marcos .....	140
7.7 Ecuación Matricial de Equilibrio de Nudos .....	140
7.8 Aplicación del Método de la Rigidez para la Solución de Marcos .....	141
7.9 Ejemplos.....	141
7.9.1 Marco de la Fig. E-7.1 .....	141
7.9.2 Marco de la Fig. E-7.2 .....	147
7.10 Hoja de Cálculo para la Solución de Marcos usando el Método de la Rigidez .....	152
Unidad 8. Método de Distribución de Momentos.....	153
8.1 Introducción .....	153
8.2 Método de Distribución de Momentos para Vigas.....	153
8.3 Ejemplos.....	158
8.3.1 Viga de la Fig. E-8.1.....	158
8.3.1 Viga de la Fig. E-8.2.....	161
8.4 Método de Distribución de Momentos para Marcos sin Desplazamiento Lateral .....	163
8.5 Ejemplos.....	166
8.5.1 Marco de la Fig. E-8.3 .....	166
8.5.2 Marco de la Fig. E-8.4 .....	171

10.5 Ejemplos.....	208
10.5.1 Sistema de la Fig. E-10.1 .....	209
10.5.2 Sistema de la Fig. E-10.2.....	210
10.5.3 Sistema de la Fig. E-10.3.....	211
10.5.4 Marco de la Fig. E-10.4 .....	212
10.5.5 Marco de la Fig. E-10.5 .....	213
10.5.6 Marco de la Fig. E-10.6.....	213
10.5.7 Modelo masa-resorte de la Fig. E-10.7.....	214
10.6 Hoja de Cálculo para la Solución de la Ecuación de Movimiento de Sistemas de Un Grado de Libertad.....	215
Bibliografía .....	216
Apéndice A Fundamentos del MS Excel .....	217
A.1 Introducción.....	217
A.2 Vista General de la Hoja de Excel.....	217
A.3 Edición de Texto .....	218
A.4 Ejecución de Operaciones .....	218
A.5 Edición de Fórmulas.....	219
A.6 Gráficos de MS Excel.....	220
A.7 Ajustes y Funciones de MS Excel.....	221
Apéndice B Hojas de MS Excel Incluidas .....	222
B.1 Introducción.....	222
B.2 Hojas de Excel .....	222

## Prefacio

Actualmente existen varias herramientas de cómputo para determinar los desplazamientos y acciones de extremo de los miembros de las estructuras. Sin embargo, el uso de estas herramientas está restringido a los usuarios (profesionales de la ingeniería estructural, académicos y estudiantes de ingeniería civil) debido a requisitos de disponibilidad y/o falta de permisos de uso o licencia de dichos programas o *software*.

la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez (UACJ; [www.uacj.mx](http://www.uacj.mx)) proporciona facilidades de uso de *software* registrado a sus docentes y alumnos. Aun así, el autor, a través de los años de experiencia en la enseñanza y la práctica profesional, ha estado trabajando para ofrecer una alternativa para el análisis estructural. Esta alternativa consiste en el uso de hojas de cálculo elaboradas con el MS Excel®. Las hojas de cálculo presentadas en este libro pueden usarse como apoyo complementario en las clases de análisis estructural de licenciatura o pregrado, y representan una herramienta de cómputo accesible a los alumnos y profesores. También pueden ser usadas, con las debidas reservas, por los profesionales de la disciplina de la ingeniería estructural.

### Objetivo

Se pretende que el contenido de esta obra sirva de apoyo a los alumnos y docentes de las materias de análisis estructural en las carreras de ingeniería civil y afines, de nivel pregrado. Asimismo, se le ha dado un enfoque práctico para que el libro pueda ser consultado por los profesionales de la ingeniería estructural.

### Resumen

Este libro se enfoca al análisis de vigas, armaduras y marcos en el plano. Se tratan métodos de análisis para estructuras estáticamente determinadas e indeterminadas.

El primer capítulo de este libro trata sobre algunas generalidades respecto al lugar que ocupa el análisis estructural en la disciplina de la Mecánica. También se identifican los elementos estructurales que aquí se estudian a lo largo de esta obra: vigas, armaduras planas y marcos planos. Además, se definen algunos conceptos básicos relacionados con la ingeniería estructural, como son: el grado de indeterminación estática y el número de grados de libertad de las estructuras. Casi en la parte final de este capítulo se presentan algunos argumentos que justifican, en opinión del autor, el uso de hojas de cálculo como herramienta para la solución de problemas relacionados con la ingeniería estructural, y se describe brevemente el MS Excel®. En el segundo capítulo se desarrolla, de una forma breve, el procedimiento para obtener los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante de vigas y marcos estáticamente determinados. En el tercer capítulo se estudia la deformación de vigas. El cuarto capítulo menciona los principios básicos de los métodos de análisis de estructuras estáticamente indeterminadas. Asimismo, en este capítulo se aplica el método de la rigidez para la solución de vigas. El quinto capítulo trata

sobre el análisis de armaduras estáticamente determinadas. Los capítulos seis y siete abordan el análisis de las armaduras planas y de marcos planos, respectivamente, usando el método de la rigidez. El capítulo ocho trata sobre el método de distribución de momentos, y su uso para el análisis de vigas continuas y marcos planos sujetos a cargas verticales, sin desplazamiento lateral. En el capítulo 9 se estudian algunos métodos aproximados para resolver vigas, armaduras y marcos, especialmente, cuando las primeras y los últimos son estáticamente indeterminados. Por último, en el capítulo diez se presentan algunos principios fundamentales de la dinámica de estructuras; aquí se presenta la solución de la ecuación de movimiento de sistemas de un grado de libertad, sujetos a vibración libre, sin y con amortiguamiento.

### **Acerca del contenido**

Es importante mencionar la teoría expuesta en cada sección de este libro no es exhaustiva; sin embargo, se hace referencia continuamente a las obras que contienen los principios teóricos de forma más completa. Además, el lector podrá encontrar, en cada capítulo, ejemplos resueltos con detalle, usando diferentes sistemas de unidades, y relacionados con la teoría expuesta previamente.

Al final de cada capítulo se presentan las hojas de cálculo de MS Excel® (excepto en el capítulo 9, donde se presentan hojas de cálculo a la mitad y al final del capítulo). Estas hojas de cálculo están disponibles para que el lector pueda usarlas y comprobar los resultados de varios de los ejemplos desarrollados. También puede hacer los cambios o modificaciones que considere pertinentes para su uso personal.

Se ha incluido también dos apéndices: el apéndice A describe de forma resumida las características principales de programa de cómputo MS Excel® y su uso como herramienta en la disciplina de la ingeniería estructural. El apéndice B describe las hojas de cálculo que se incluyen, junto con esta obra.

Se sugiere que el responsable de la asignatura que use este libro como referencia básica o complementaria, siga el orden de los capítulos como se presentan en el mismo. Sin embargo, algunos temas pueden omitirse o abordarse en distinto orden a lo largo del semestre. Por ejemplo, algunos temas del capítulo 9 pueden verse antes del capítulo 4, si así lo decide el instructor. Asimismo, el contenido de cada capítulo del libro puede cubrirse, parcial o completamente, en las diferentes clases o sesiones, conforme a las necesidades del instructor o a los contenidos programáticos de cada institución.

### **Unidades**

Es interesante mencionar que en los diferentes ejemplos de este libro se usan los siguientes sistemas de unidades: el internacional (SI), el inglés, y el métrico gravitacional (fuerza en kilogramos). Por otra parte, las abreviaturas usadas para las unidades son las que se usan convencionalmente: m para metro, cm para centímetro, ft para pies, in para pulgadas, kg para kilogramos, lb para libras, kip para kilolibras, s para segundos. En el capítulo 10 también se usan unidades compuestas; por ejemplo, en el caso del sistema métrico gravitacional, donde el peso está en kg, y la gravedad  $g$  es igual a  $9.807 \text{ m/s}^2$  o  $980.7 \text{ cm/s}^2$ , la masa estará en  $\text{kg-s/m}^2$  o  $\text{kg-s/cm}^2$ , respectivamente. De forma similar, en el sistema inglés, donde el peso está en lb y  $g =$

32.175 ft/s<sup>2</sup>, o 386.1 in/s<sup>2</sup>, la masa estará en lb-s/ft<sup>2</sup> (también conocida como ‘slug’), o lb-s/in<sup>2</sup>, respectivamente.

## **Agradecimientos**

Deseo expresar mi agradecimiento a las autoridades de la UACJ por las facilidades prestadas para escribir este libro, específicamente, al personal docente y administrativo del Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental (Miguel, Abraham, Sergio, entre otros).

Además, agradezco al Editor en Jefe de IUI Editores y a la vez Director General del Instituto Universitario Integral, AC (IUNIVERSI AC), Dr. Fortunato Espinoza Barreras por su apoyo en la revisión, corrección y publicación de esta obra.

También quiero agradecer a mis colegas profesores (Alberto, Angelina, Víctor, entre otros) y alumnos por sus palabras de aliento para llevar a cabo este proyecto.

Finalmente, reconozco la influencia de varios profesionales de la ingeniería estructural (‘estructuristas’) en mi formación como consultor y especialista de dicha disciplina. Entre éstos, menciono a Pedro Hernández y Manuel Vargas, cuyas enseñanzas y observaciones han sido de gran utilidad durante el desarrollo de diversos proyectos en los que hemos participado juntos.

Servio Tulio de la Cruz Cháidez.