

Título del Proyecto de Investigación
al que corresponde el Reporte Técnico:

Grupos Kleinianos complejos

Tipo de financiamiento

Sin financiamiento

Fecha de Inicio: 01/01/2019
Fecha de Término: 31/12/2021

Tipo de Reporte

Parcial

Final

Autor (es) del reporte técnico:

Dr. Luis Gabriel Loeza Chin

Grupos Kleinianos complejos

Reporte Final

En este proyecto se desarrollaron avances en la descripción de la dinámica de los grupos kleinianos complejos. Se ha logrado dar una descripción de los distintos tipos de conjunto límite, así como las relaciones que guardan entre ellos, para subgrupos de $PU(1,n)$ y grupos de $PSL(3,C)$; así mismo, se mostró la imposibilidad de generalizar los teoremas de uniformización en dimensiones superiores.

In this project advances were developed in the description of the dynamics of complex Kleinian groups. It has been possible to give a description of the different types of limit set, as well as the relationships between them, for subgroups of $PU(1,n)$ and groups of $PSL(3,C)$; Likewise, the impossibility of generalizing the uniformization theorems in higher dimensions was shown.

Palabras clave: Grupos kleinianos complejos, conjuntos límites, sistemas dinámicos

Usuarios potenciales (del proyecto de investigación)

Este proyecto es un proyecto de ciencia básica que consiste en generar nuevos conocimientos en el área de los sistemas dinámicos en particular en el tema de los grupos kleinianos complejos, sus usuarios potenciales se encuentran en el sector educativo como estudiantes de licenciatura y posgrado en matemáticas, investigadores en matemáticas interesados en el área de los sistemas dinámicos, así como, científicos interesados en las posibles aplicaciones de los sistemas dinámicos en la Física, Economía e Ingeniería.

Reconocimientos

Agradecemos el financiamiento otorgado por PAPIIT-UNAM en 2019 para la realización del proyecto, las partidas 2020 y 2021 fueron reintegradas por motivos de la pandemia de COVID-19.

1. Introducción

El estudio de acciones de semigrupos, continuos o discretos, juega un rol central en la geometría y los sistemas dinámicos. Este tipo de ideas tiene su origen en el trabajo de H. Poincaré hace un siglo, mientras el estudiaba las soluciones de ecuaciones diferenciales de orden dos en la esfera de Riemann. Esto lo llevo a considerar grupos discretos de transformaciones de Moebius actuando en la esfera de Riemann. El estudio de este tipo de grupos y sus generalizaciones ha dimensiones superiores y ha otras geometrías, es una área central dentro del estudio de la dinámica holomorfa.

En conjunto con varios colaboradores se ha probado un teorema de rigidez para grupos Kleinianos de dimensión 2. En términos generales el teorema afirma que si una de las componentes conexas de la variedad cociente asociada al grupo Kleiniano que actúa en dimensión 2 es compacta, entonces el grupo es virtualmente afín o preserva una bola unitaria compleja. La importancia de este resultado y sus consecuencias reside en el hecho de que proporciona ideas claras de como devén ser los primeros teoremas de estructura para grupos kleinianos, véase [CS].

En el ámbito de varias variables, se ha mostrado que no pueden existir grupos de Schottky que actúen en espacios proyectivos de dimensión par (véase [Ca]), así mismo, he mostrado que no es posible aspirar a tener un teorema de retrosección en dimensiones mayores que 2, también que no es posible tener un teorema de uniformización simultanea al estilo Bers en dimensiones mayores que 2, véase [CLU1, CLU2]. Estos dos últimos resultados están fuertemente basados en la descripción que hemos dado (en conjunto con López, Liu, Navarrete y Seade, véase [CNS, CLL]) del conjunto límite en el sentido de Kulkarni para grupos hiperbólicos complejos. Adicionalmente hemos mostrado que en el caso de varias variables el conjunto límite de Kulkarni, ya no es la opción mas adecuada de conjunto limite.

La importancia de estos resultados reside en que muestran que al subir de dimensión hay un divorcio completo con la teoría clásica mostrando que los grupos Kleinianos complejos son una teoría completamente nueva, véase [CLU1, U].

2. Planteamiento

Una vez sentadas las bases generales de la teoría se hace indispensable empezar a tener a disposición teoremas de estructura para grupos kleinianos. En esta etapa de la investigación es de nuestro interés dar respuesta a las dos preguntas siguientes:

1.- Donde se acumula la dinámica, ahora desde el punto de vista estadístico. Siendo más preciso estamos interesados en la construcción de corrientes que generalicen la medida de Patterson-Sullivan.

2.- Dar un invariante que permita distinguir entre las distintas componentes de la variedad de representación. Un primer intento de hacer esto, será tratando de generalizar el invariante de volumen complejo para el caso de grupos finitamente presentados. Como un resultado colateral de la generación de este invariante se espera poder mostrar que en caso de grupos kleinianos complejos los teorema de finitud de Sullivan y Ahlfors fallen.

2.1 Justificación

En proyectos anteriores se generalizo las técnicas de grupos kleinianos complejos a dimensiones superiores, lo que llevo al surgimiento de nuevas preguntas y la necesidad de construir nuevos conceptos como es el caso del conjunto limite que concentra buena parte de la información de la dinámica, es por ello en buena medida que se plantea desarrollar en el presente proyecto esta investigación en ciencia básica, los nuevos conocimientos generados contribuirán y un mejor entendimiento de la dinámica de los grupos kleinianos complejos en dimensiones superiores y su aporte a las posible aplicaciones en otras áreas de las matemáticas, física, economía e ingeniería.

2.2 Antecedentes

Las líneas de investigación propuesta tienen sus orígenes en los trabajos 1 dimensionales y en varias variables (véase [CLU1], [CLU2] y [CSN]), siguiendo esta línea de ideas con sus respectivas modificaciones y extensiones.

3. Objetivos (general y específicos)

Dar teoremas que nos permita entender las estructura del conjunto límite y las variedades cociente para grupos kleinianos complejos.

- Agregar líneas al diccionario de Sullivan en dimensión 2.
- Generar una corriente para grupos en dimensión 2 al estilo Patterson-Sullivan
- Generalizar coordenadas de Fenchel-Nielsen en dimensión 2.
- Dar una caracterización aritmética de los grupos hiperbólicos complejos en dimensión 3.
- Estudiar deformaciones de grupos Kleinianos y como varia el conjunto limite.

4. Metas

PRIMER AÑO

1. Tesis de licenciatura

SEGUNDO AÑO

2. Tesis de licenciatura
3. Libro de divulgación
4. Artículo de investigación en revista internacional.

TERCER AÑO

5. Tesis de maestría
6. Artículo de investigación en revista internacional.
7. Reporte técnico

5. Plan de trabajo

Este proyecto de investigación es una continuación de mis proyectos anteriores, para llevar a buen termino las líneas de investigación propuestas la idea es unir esfuerzos con los investigadores que participan en este proyecto, los cuales son expertos en areas de la matemática que son piezas necesarias para la solución de los problemas planteados.

- De agosto a enero de 2019 realizaré una estancia de insvestigación en el Instituto de matemáticas de la UNAM, unidad Cuernavaca donde se reunirá parte del equipo de trabajo para avanzar en la investigación y compartir ideas sobre los problemas planteados.
- En julio y agosto de 2020 recibire la visita del Dr. Angel Cano Cordero para

6. Instituciones, organismos o empresas de los sectores social, público o productivo participantes (Si aplica)

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez
Universidad Nacional Autónoma de México
Universidad Autónoma de Yucatán
Instituto de Matemáticas Puras y Aplicadas, Brasil

7. Productos generados

Artículos de investigación indexados en JCR

1. *Exceptional Algebraic Sets for Infinite Discrete Groups of $PSL(3, \mathbb{C})$* . Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, New Series. June 2020.

Libros de divulgación

2. *Workshop on kleinian groups and related topics*, AVANZA IX. June 2020
<https://elibros.uacj.mx/omp/index.php/publicaciones/catalog/book/154>

Formación de recursos humanos

3. **Teorema de Gauss-Bonnet** Proyecto de titulación de Miguel Rodriguez Islas, obteniendo el título de Ingeniero en Física UACJ mayo 2020.
4. **Modelos GARCH. Afectación del SARS-Cov-2 sobre el tipo de cambio en México** Proyecto de titulación de Martín Villanueva Lozano obteniendo el título de Licenciado en Matemáticas UACJ mayo 2020.

Organización de eventos de divulgación

5. *Workshop on kleinian groups and related topic II*, Evento internacional realizado del 7 al 9 de Julio de 2021,
<https://www.matcuer.unam.mx/WorkshopOnKleinianGroups/>

Productos no logrados

1. De los 7 productos comprometidos se lograron cumplir 5 (1 artículo indexado, 1 libro, 2 tesis de licenciatura y el presente reporte técnico). Debido a que desde marzo de 2020 se declaró en México la pandemia de COVID-19, las partidas del financiamiento PAPIIT-UNAM 2020 y 2021 fueron canceladas eso afectó el desarrollo del proyecto y dos productos no pudieron lograrse en la vigencia del mismo (1 artículo indexado y una tesis de maestría) el artículo de investigación tiene un avance del 50% y se espera concluirlo durante una estancia de investigación en 2023, en cuanto a la tesis de maestría el alumno de la UNAM Sergio Vasquez Montoya decidió al no contar con la beca de titulación contemplada en este proyecto solicitar baja temporal en el posgrado y modificar su forma de titulación a exámenes generales de conocimientos.

Se integrará en los anexos las evidencias.

8. Mecanismos de transferencia. (Si aplica)

No Aplica

9. Contribución e impacto del proyecto

La generación de nuevos conocimientos y sus posibles aplicaciones contribuyen a futuros desarrollos científicos y tecnológicos que atienden y plantean soluciones a problemas de la sociedad.

10. Impacto económico, social y/o ambiental en la región

Al desarrollar investigación de frontera en matemáticas se impacta en la formación de recursos humanos de calidad, profesionales altamente capacitados que continúan sus estudios de posgrado con colaboradores del proyecto o logran establecer relaciones laborales para continuar con la investigación.

11. Referencias (bibliografía)

[ACCM] V. Alderete; C. Cabrera; A. Cano y M. Mendéz, Extending the action of Schottky groups on the anti-de sitter space to the projective space, Singularities in Geometry, Topology, Foliations and Dynamics: A Celebration of the 60th Birthday of José Seade, Merida, Mexico (J. L. Cisneros D. T. Le M. Oka J. Snoussi, ed.), Trends in Mathematics, Birhäuser, 2017, pp. 1-16.

[BCSN0] W. Barrera; A. Cano; J. Seade y J. P. Navarrete, Towards a Sullivan dictionary in dimension two, Part I: Purely parabolic complex Kleinian groups, preprint arxiv:1802.08360, 2018.

[BCSN1] W. Barrera; A. Cano; J. Seade y J. P. Navarrete, Complex Kleinian Groups, Geometry, groups and dynamics, Contemporary Mathematics, Volume 639, 2015, pp. 1-42.

[BCN1] W. Barrera; A. Cano y J. P. Navarrete, On the number of lines in the limit set for discrete subgroups of $PSL(3,C)$, Pacific Journal of mathematics, Vol. 281 (2016), No. 1, pp. 17–49, DOI: 10.2140/pjm.2016.281.17.

[BCN2] W. Barrera; A. Cano y J. P. Navarrete, One line complex Kleinian Groups, Pacific Journal of mathematics, Vol. 272, No. 2, November 2014, pp. 275-303.

[BCN3] W. Barrera; A. Cano y J. P. Navarrete, Pappus' theorem and a construction of complex Kleinian groups with rich dynamics, Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, New Series March 2014, Volume 45, Issue 1, pp. 25-52.

[BCN4] W. Barrera; A. Cano y J. P. Navarrete, Subgroups of $PSL(3,C)$ with four lines in general position in its limit set, Conform. Geom. Dyn., 15 (2011), pp. 160-176.

[BCN5] W. Barrera; A. Cano y J. P. Navarrete, The limit set of discrete subgroups of $PSL(3, \mathbb{C})$, *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, 150 (2011), pp. 129--146.

[Ca] A. Cano, Schotky Groups cannot act on $P^{2n}_{\mathbb{C}}$ as subgroups of $PSL_{2n+1}(\mathbb{C})$, *Bull. Braz. Math. Soc. (N.S.)* 39 (2008), No. 4, pp. 573-586.

[CL] A. Cano y L. Loeza, Two dimensional Veronese groups with an invariant ball, *International Journal of Mathematics* Vol. 28, No. 10 (2017) 1750070 (17 pages), DOI:10.1142/S0129167X17500707.

[CLU1] A. Cano; L. Loeza y A. Ucan-Puc, Projective Cyclic Groups in Higher Dimensions, *Linear Algebra and its applications*, 531 (2017), pp. 169-209, doi: 10.1016/j.laa.2017.05.047.

[CLU2] A. Cano; L. Loeza y A. Ucan-Puc, On classical uniformization theorems for higher dimensional complex Kleinian groups, *Bulletin of the Brazilian Mathematical Society (New Series)*, Vol. 48, No. 4 (2017), pp. 641-647.

[CLL] A. Cano; M. M. Lopez y B. Liu, The limit set for discrete complex hyperbolic groups, *Indiana University Mathematics Journal*, Vol. 66, No. 3 (2017), pp. 927-948.

[CPS] A. Cano; J. Parker y J. Seade, Action of R-Fuchsian groups on $P^2_{\mathbb{C}}$, *Asian J. Math.* Vol. 20, No. 3, pp. 449–474, 2016.

[CS1] A. Cano; J. Seade, On discrete groups of automorphisms of $P^2_{\mathbb{C}}$, *Geometriae Dedicata*, February 2014, Volume 168, Issue 1, pp. 9-60.

[CS2] A. Cano y J. Seade, An overview on Complex Kleinian Groups, *Nonlinear Systems and Complexity series, Nonlinear Dynamics New Directions (Theoretical Aspects)*, Editors: González-Aguilar, Hernán, Ugalde, Edgardo, Springer, 2015, pp. 167-194.

[CS3] A. Cano y J. Seade, On the Equicontinuity region of discrete subgroups of $PU(1, n)$, *Journal of Geometric Analysis*, Volume 20 (2010), No. 2, pp. 291-305.

[CSN] A. Cano; J. A. Seade y J. P. Navarrete, *Complex kleinian groups*, *Progress in Mathematics*, Vol. 303, Birkhäuser, 2012, Ferran sunyer i balaguer Award winning monograph.

[U] A. Ucan, Generalization of classical theorems, Ph. D. Thesis UNAM, 2018.

12. Anexos

12.1 Taxonomía de los Roles de Colaborador (con las actividades logradas)

Roles	Definición de los roles	Nombre de él(la) investigador(a)	Figura	Grado de contribución	Actividades logradas durante el proyecto	Tiempo promedio semanal (en horas) dedicado al proyecto
Responsabilidad de la dirección del proyecto	Coordinar la planificación y ejecución de la actividad de investigación. Organiza los roles de cada colaborador, tiene la habilidad de identificar potenciales de cada individuo para generar una sinergia de equipo colaborativo.	Dr, Angel Cano Cordero (UNAM) Dr. Luis Loeza Chin (UACJ)	Director(a) del proyecto	Principal De apoyo		
Responsabilidad de supervisión	Elaborar la planificación de las actividades de la investigación (cronogramas y controles de seguimiento), describe los roles identificados por el director del proyecto y facilita el apoyo constante a todos los roles para conseguir un trabajo integral, coherente y que llegue a buen término.	Dr. Luis Loeza Chin (UACJ)	Supervisor(a) del proyecto	Principal		
Realización y redacción de la propuesta	Preparación, creación y redacción de la propuesta de investigación, específicamente la redacción, revisión de coherencia del texto, presentación de los datos y la normatividad aplicable para garantizar el cumplimiento de los requisitos.	Dr. Angel Cano Cordero (UNAM)	Redactor de la propuesta	Principal		
Desarrollo o diseño de la metodología	Contribuir con el diseño de la metodología, modelos a implementar y el sustento teórico, empírico y científico para la aplicabilidad de los instrumentos en la ejecución del proyecto.	Dr. Luis Loeza Chin (UACJ) Dr. Angel Cano Cordero (UNAM)	Diseñador de la metodología	Principal De apoyo		
Recopilación / recolección de datos e información	Ejecuta las estrategias propuestas en acciones encaminadas a obtener la información, haciendo la recopilación de datos y la inclusión de la evidencia en el proceso.	Dr. Luis Loeza Chin (UACJ) Dr. Angel Cano Cordero (UNAM)	Recopilador de datos	Principal De apoyo		

Elaboración del análisis formal de la investigación	Aplicar métodos estadísticos, matemáticos, computacionales, teóricos u otras técnicas formales para analizar o sintetizar los datos del estudio. Verifica los resultados preliminares de cada etapa del análisis, los experimentos implementados y otros productos comprometidos en el proyecto.	Dr. Luis Loeza Chin (UACJ) Dr. Angel Cano Cordero (UNAM)	Analista de datos	Principal De apoyo	Artículo de Investigación indexado en JCR http://cathi.uacj.mx/20.500.11961/15166 Libro de divulgación http://cathi.uacj.mx/20.500.11961/9377	8 horas
Preparación, creación y/o presentación de los productos o entregables	Preparar la redacción del reporté técnico de avance parcial y el reporte técnico final. Se hace la revisión crítica, la recopilación de las observaciones y comentarios del grupo de investigación. Y finalmente se procede a la edición del documento a entregar.	Dr. Luis Loeza Chin (UACJ) Dr. Angel Cano Cordero (UNAM)	Editor de reportes técnicos	Principal De apoyo	Reporte técnico	
Divulgación de resultados	Organización de eventos para divulgar resultados de investigación y compartirlos con la comunidad de especialistas del área.	Dr. Angel Cano Cordero (UNAM) Dr. Luis Loeza Chin (UACJ)	Divulgación	Principal De apoyo	Workshop on kleinian groups and related topic II, Evento internacional realizado del 7 al 9 de Julio de 2021, https://www.matcuer.unam.mx/WorkshopOnKleinianGroups/	

12.1.1 Estudiantes participantes en el proyecto

Nombre de estudiante(s)	Matrícula	Tiempo promedio semanal (en horas) dedicado al proyecto	Actividades logradas en la ejecución del proyecto
Miguel Rodriguez Islas	147824	4 horas	Tesis de licenciatura
Martín Villanueva Lozano	156955	4 horas	Tesis de licenciatura

CONSIDERACIONES:

- Los reportes deben estar escritos en español o en inglés.
- Se debe entregar en formato PDF acorde a este formato.
- El texto debe ser escrito en hoja tamaño carta a espacio y medio, y los márgenes deberán encontrarse al menos a una pulgada (2.54 cm). La totalidad del texto debe escribirse en minúsculas, utilizando las mayúsculas sólo al principio de las oraciones y para los títulos de capítulos.
- Se recomienda usar el tipo de letra Arial tamaño 10 o Times New Roman tamaño 12.
- Todas las páginas deben estar numeradas en secuencia comenzando desde la portada.
- La extensión total del texto es de un mínimo de 10 cuartillas y un máximo de 30 cuartillas, con un interlineado de espacio y medio.
- Integrar en la sección de anexos las tablas y gráficas.
- Las figuras, fotografías y tablas, serán insertadas en el cuerpo del texto y numeradas en forma consecutiva comenzando con 1 y de manera independiente de las tablas. El número y descripción de la figura, tabla, etc., deberá colocarse antes de la misma.
- Se recomienda evitar el uso de sombras y líneas punteadas que no permitan una legibilidad clara de imágenes.
- Las fórmulas y ecuaciones deben hacerse con un editor de ecuaciones como el disponible en el procesador de textos Word. Estarán centradas y separadas del texto. La numeración será consecutiva comenzando con el número 1. El número de la fórmula deberá encerrarse entre paréntesis y colocarse a la derecha de la fórmula lo más cercano posible al margen derecho.
- Las referencias bibliográficas en el texto deben ser en cualquier estilo reconocido como APA, MLA, ISO, etc.
- Los anexos se colocarán al final del documento después de la bibliografía, utilizando caracteres alfabéticos para distinguirlos: Anexo A, Anexo B, etc. La información contenida en los anexos es importante pero no indispensable para la comprensión del trabajo. Se recomienda colocar en los anexos mapas, fotografías, tablas, desarrollos matemáticos, diagramas, etc.

- La Taxonomía de los Roles de Colaborador, incluyendo la explicación de su llenado y las actividades a desarrollar, está disponible en los Términos de Referencia de los Proyectos Sin financiamiento, en el numeral 4.4.1 y en la tabla 1. Se debe integrar la tabla correspondiente en el apartado de los anexos y (en este caso sí deberá llevar los nombres de los investigadores propuestos en cada rol).

*Exceptional Algebraic Sets for Infinite
Discrete Groups of $PSL(3, \mathbb{C})$*
 $PSL(3, C)$

Luis Loeza & Angel Cano

**Bulletin of the Brazilian
Mathematical Society, New Series**
Boletim da Sociedade Brasileira de
Matemática

ISSN 1678-7544
Volume 52
Number 3

Bull Braz Math Soc, New Series (2021)
52:563-572
DOI 10.1007/s00574-020-00218-5



Exceptional Algebraic Sets for Infinite Discrete Groups of $PSL(3, \mathbb{C})$

Luis Loeza¹  · Angel Cano²

Received: 9 October 2019 / Accepted: 12 June 2020 / Published online: 29 June 2020
© Sociedade Brasileira de Matemática 2020

Abstract

In this note we show that the exceptional algebraic set for an infinite discrete group in $PSL(3, \mathbb{C})$ should be a finite union of: complex lines, copies of the Veronese curve or copies of the cubic $xy^2 - z^3$.

Keywords Complex Kleinian groups · Exceptional algebraic set · Veronese groups.

Mathematics Subject Classification Primary 37F99; Secondary 30F40 · 20H10 · 57M60

Introduction

Complex Kleinian groups first appeared in mathematics with the works of Henri Poincaré, as a way to qualitatively study the solutions of ordinary differential equations of order two, one can say that the success of Poincaré was because he managed to establish a dictionary between differential equations and group actions. Subsequently, this theory achieved a new boom with the introduction of quasi-conformal maps and the discovering of bridges between hyperbolic three-manifolds this theory. At the beginning of the '90s Verjovsky and Seade began studying, see Seade and Verjovsky (2002), the discrete groups of projective transformations that act in projective spaces, as a proposal to establish a dictionary between actions of discrete groups and the theory of foliations, partial and ordinary differential equations. The purpose of this

Partially supported by grants of projects PAPIIT UNAM: IN110219.

✉ Luis Loeza
luis.loeza@uacj.mx

Angel Cano
angelcano@im.unam.mx

¹ IIT UACJ, Av. del Charro no. 450 Nte. Col. Partido Romero, 32310 Ciudad Juárez, CHIH, Mexico

² UCIM, Av. Universidad s/n. Col. Lomas de Chamilpa, 62210 Cuernavaca, MOR, Mexico

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CIUDAD JUÁREZ

VOL. IX

WORKSHOP ON
KLEINIAN GROUPS
AND RELATED TOPICS

AVANZA

Coordinador:
Angel Cano Cordero
Luis Loeza Chin

AVANZA: Workshop on Kleinian groups and related topics

[Recurso electrónico] / Coords. Ángel Cano Cordero, Luis Loeza Chin. – Ciudad Juárez, Chihuahua: Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. Cuerpo Académico de Matemáticas Puras y Aplicadas, 2019.

v.9 (88 páginas).

ISBN Colección: 978-607-922-452-3

ISBN V.9: 978-607-520-366-9

Contenido: Limit set of cyclic subgroups of $PSL(3, \mathbb{C})$ / Adriana González Urquiza – Veronese Groups / Alejandro Ucan Puc – Geometry of AdS^n / René García – Ribbon graphs and the fundamental group of surfaces / Rodrigo Dávila Figueroa – Complex Schottky groups cannot act on $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^{2n}$ as a subgroup of $PSL(2n+1, \mathbb{C})$, an alternative proof / Vanessa Alderete

1. Limit set. – 2. Kleinian groups. – 3. Classification of isometries. –
4. Veronese groups. – 5. Equicontinuous set. – 6. Hyperbolic geometry. –
7. Anti de-Sitter space. – 8. Ribbon graphs. – 9. Fundamental group of surfaces. –
10. Complex Schottky groups. – 11. Complex hyperbolic spaces.

QA159 A83 2019

Cuidado de la edición y diagramación: Luis Loeza Chin.

Corrección: Jorge Hernández Martínez.

Cubierta: Karla María Rascón González.

D.R. © 2019 Luis Loeza Chin
© Universidad Autónoma de Ciudad Juárez
Av. Plutarco Elías Calles núm. 1210
Fovissste Chamizal, C.P. 32310
Ciudad Juárez, Chihuahua, México

Impreso en México / *Printed in Mexico*

CONTENTS

Presentación	3
Limit set of cyclic subgroups of $PSL(3, \mathbb{C})$, (González-Urquiza, A.)	5
Veronese Groups, (Ucan-Puc, A.)	17
Geometry of AdS^n, (García, R.)	27
Ribbon graphs and the fundamental group of surfaces, (Dávila-Figueroa, R.)	43
Complex Schottky groups cannot act on $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^{2n}$ as a subgroup of $PSL(2n + 1, \mathbb{C})$, an alternative proof, (Alderete, V.)	73

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez

INSTITUTO DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

Departamento de Física y Matemáticas



El Teorema Egregio de Gauss

Proyecto de titulación que presenta:

Miguel Ángel Rodríguez Islas

Como requisito parcial para obtener el título de:

Ingeniero en Física

Asesores:

Dr. Luis Gabriel Loeza Chin

Dr. Francisco Ávila Álvarez

Dr. Jesús Manuel Saénz Villela

Cd. Juárez, Chihuahua,

Noviembre de 2020

Índice general

Índice general	3
1 Introducción	5
1.1 Antecedentes	5
1.2 Planteamiento del Problema	6
1.3 Solución Propuesta	6
1.4 Objetivo General	7
1.4.1 Objetivo Específico	7
1.5 Justificación	7
1.6 Impacto	9
1.7 Alcances y delimitaciones	9
2 Marco Teórico	11
2.1 Álgebra Lineal	11
2.1.1 Transformaciones lineales	12
2.1.2 Productos internos.	13
2.1.3 Transformaciones hermitianas y formas cuadráticas	14
2.2 Producto escalar y producto vectorial	15
2.2.1 Producto escalar	15
2.2.2 Producto vectorial	15
2.3 Topología y Continuidad de Funciones en \mathbb{R}^n	17
2.4 Diferenciabilidad de funciones en \mathbb{R}^n	18
3 Metodología	21
4 Curvas	25
5 Superficies Regulares	31
5.1 Introducción	31
5.2 Superficies Regulares e Imágenes inversas de valores regulares	31

5.3	Cambios de parámetros, Funciones diferenciables sobre superficies	38
5.4	El Plano Tangente y la Diferencial de un Mapa	46
5.5	La primer forma fundamental	51
5.6	Orientación de superficies	53
5.7	Una caracterización de las superficies orientables compactas . . .	60
6	El Mapa de Gauss	67
6.1	Introducción	67
6.2	La definición del mapa de Gauss y sus propiedades fundamentales	67
6.3	El mapa de Gauss en coordenadas locales	79
6.4	Campos Vectoriales	99
6.5	Superficies Regladas y Superficies Mínimas	109
6.5.1	Superficies Regladas	110
6.5.2	Superficies Minimales	119
7	La geometría intrínseca de una superficie	123
7.0.1	Introducción	123
7.0.2	Isometrías y mapas conformes	123
7.0.3	El teorema de Gauss y las ecuaciones de compatibilidad .	129
7.1	Transportes Paralelos y Geodésicas	134
7.2	El teorema de Gauss-Bonnet	148

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez

INSTITUTO DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA
Departamento de Física y Matemáticas



Modelos GARCH: Afectación del SARS-Cov-2 sobre el tipo de cambio en México

Proyecto de Titulación que presenta:

Martín VILLANUEVA LOZANO

Como requisito parcial para obtener el título de:

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS

Asesores:

Dr. Juan Carlos Medina Guirado

Dr. Luis Loeza Chin

Cd. Juárez, Chihuahua, Noviembre de 2020

Índice general

Portada	1
Índice general	XII
Índice de figuras	XIV
Índice de tablas	XVI
Glosario de siglas	XVIII
1. Introducción	1
1.1. Contexto	1
1.2. Antecedentes	2
1.3. Planteamiento del problema	2
1.4. Solución Propuesta	3
1.5. Objetivos	3
1.5.1. Objetivo General	3
1.5.2. Objetivos Específicos	3
1.6. Justificación	3
1.7. Impacto	4

1.8. Alcances y delimitaciones	4
2. Marco Teórico	5
2.1. Introducción	5
2.2. Tipo de cambio	6
2.2.1. Tipos de cambio	7
2.3. Sistemas de tipos de cambio	8
2.3.1. Tipos de cambio fijo	8
2.3.2. Tipos de cambio flexibles o flotantes	8
2.4. Serie de tiempo	10
2.5. Volatilidad	14
2.6. Procesos de medias móviles $MA(q)$	15
2.7. Procesos Autorregresivos $AR(p)$	19
2.8. Procesos ARCH	20
2.9. Procesos $GARCH(p, q)$	21
2.10. Estimación de procesos $GARCH(p, q)$	27
3. Metodología	30
3.1. Revisión de literatura	30
3.2. Datos	31
3.3. Metodología	32
4. Resultados	33
5. Conclusión	36
Referencias	36