

Título del Proyecto de Investigación  
al que corresponde el Reporte Técnico:

Cálculo de la polarizabilidad eléctrica del neutrón en LQCD

Tipo de financiamiento

Sin financiamiento

Fecha de Inicio: 01/01/2021  
Fecha de Término: 30/12/2021

Tipo de Reporte

Parcial

Final

Autor (es) del reporte técnico:

Dr. Jesús Manuel Sáenz Villela

# Cálculo de la polarizabilidad eléctrica del neutrón en LQCD

## Resumen del reporte técnico en español (máximo 250 palabras)

El objetivo de este trabajo es el cálculo de la polarizabilidad eléctrica del neutrón a partir del análisis de datos generados en simulaciones de cromodinámica cuántica en la retícula (LQCD, por sus siglas en inglés). La extracción de los valores de polarizabilidad se realizó a partir del ajuste de los datos de los correladores; específicamente de la pendiente en el punto de inflexión de las funciones de los ajustes. En este trabajo se discuten la manera en que los ajustes fueron efectuados y los efectos en la obtención de las posiciones del punto de inflexión, pendientes en estos, y la determinación de los valores de la polarizabilidad eléctrica del neutrón a una masa de pión de 357 MeV en LQCD. Los resultados de la polarizabilidad eléctrica presentados en este trabajo contribuyen al entendimiento teórico y computacional de las predicciones en teoría de perturbaciones quiral y en cromodinámica cuántica en la retícula.

## Resumen del reporte técnico en inglés (máximo 250 palabras):

The objective of this work is the calculation of the electrical polarizability of the neutron from the analysis of data generated in lattice quantum chromodynamics (LQCD) simulations. The extraction of the polarizability values was carried out from the fits of the correlator data; specifically from the slope at the inflection point of the fit functions. In this work presents the way in which the adjustments were made and the effects in the positions of the inflection point and slopes and discusses the determination of the values of the electrical polarizability of the neutron at a pion mass of 357 MeV in LQCD. The results of the electrical polarizability presented in this work contribute to the theoretical and computational understanding of the predictions in chiral perturbation theory and LQCD calculations.

## Palabras clave:

Polarizabilidades, polarizabilidad eléctrica del neutrón, lattice QCD

## Usuarios potenciales (del proyecto de investigación)

El estudio de las polarizabilidades de los nucleones es un tema actual, tanto a nivel de la teoría de perturbación quiral como al nivel de cómputo en cromodinámica cuántica en la retícula, de la que trata este reporte técnico. Por ejemplo, en [1] se hace una comparación de las determinaciones empíricas de las polarizabilidades de los nucleones y de las mediciones en la retícula, las cuales son puestas a prueba en la teoría de perturbación quiral. En [1], por ejemplo, se incluye el resultado de la polarizabilidad eléctrica del neutrón presentada en [2], para una masa de pión de 759 MeV. En cambio, los resultados de este reporte son para una masa de pión de 357 MeV, es decir, más cercana al valor físico de la masa del pión.

Lo anterior significa que los resultados discutidos en el presente reporte técnico, así como los que se darán a conocer próximamente en una revista indexada, contribuyen al estudio de las polarizabilidades de los nucleones que se hacen a nivel mundial. Los usuarios potenciales son los/las miembros de la colaboraciones que trabajan a nivel mundial en cromodinámica cuántica en la retícula. En México se tiene al grupo de investigación del Dr. Wolfgang Bietenholz, del Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM, con quien ya se ha tenido un acercamiento con fines de colaboración UNAM-UACJ.

## Reconocimientos

Se agradece a Edgar Efrén Calleros Marentes, alumno del programa educativo de Ingeniería Física de la UACJ, por haber participado en la creación de programas computacionales para el cálculo y por haber contribuido a la organización de los resultados del presente proyecto.

### 1. Introducción

La expansión a bajas energías de las amplitudes de dispersión Compton con fotones y nucleones involucra diez parámetros estructurales de los nucleones, que son conocidos como polarizabilidades de dipolo, de dispersión de dipolo y de espín, como se menciona en [3]. Entre estos coeficientes se tiene a la polarizabilidad de dipolo eléctrico del neutrón, conocida como polarizabilidad eléctrica. En este trabajo se discute cómo se obtiene la polarizabilidad eléctrica a partir del corrimiento de masa del neutrón en presencia de un campo eléctrico estático, en el análisis de datos de simulaciones en cromodinámica cuántica en la retícula. En general, las polarizabilidades son una medida de la respuesta de los nucleones, específicamente de los quarks que contiene, a los campos electromagnéticos aplicados [4].

La extracción de la polarizabilidad eléctrica del neutrón presentada en este trabajo provee una mejora en los cálculos reportados en [2,5,6], dado que se consideraron las contribuciones diagramáticas conectadas y desconectadas juntas, para ensambles que generaron datos en la simulación de quarks en la retícula para una masa de pión de 357 MeV.

Los detalles generales de la simulación computacional se basan en el método propuesto en [2]. En este reporte, las mediciones de la polarizabilidad eléctrica del neutrón en la retícula usaron sets de datos con mejoras en la estadística en los correladores. Además, los resultados de este reporte incluyen la corrección de contribución a la polarizabilidad eléctrica de un neutrón puntual, cuyos detalles generales para el caso de un campo electromagnético general se discuten en [7].

Este reporte técnico presenta los detalles generales de la extracción de la polarizabilidad eléctrica del neutrón en la retícula. Sin embargo, el estudio efectuado por este grupo de investigación sobre la extracción de la polarizabilidad eléctrica es más amplio; los detalles se discuten en un artículo que, al momento de la redacción del presente reporte, se encuentra en preparación.

## 2. Planteamiento

### 2.1 Antecedentes

En la literatura se pueden encontrar varios métodos de la cromodinámica cuántica en la retícula para medir la respuesta de los hadrones a campos electromagnéticos. Por ejemplo, en [4] se mide el cambio lineal del espectro de energía del estado hadrónico como función del campo electromagnético externo. El trabajo descrito en este reporte técnico corresponde a la medición de la polarizabilidad eléctrica del neutrón a partir del análisis de datos generados en simulaciones computacionales de cromodinámica cuántica en la retícula. Específicamente se analizaron los datos de 448 configuraciones de la función de 2-puntos del neutrón para extraer el valor de la pendiente del comportamiento cúbico de los datos para determinar el valor de la polarizabilidad eléctrica del neutrón en presencia de un campo eléctrico constante en la retícula.

Este trabajo contribuye a los esfuerzos a nivel mundial relacionados con la evaluación numérica de las polarizabilidades hadrónicas, que se determinan a partir del corrimiento de masa de los hadrones en presencia de campos electromagnéticos aplicados. Por ejemplo, la colaboración PACS-CS ha generado datos que permiten obtener la polarizabilidad magnética de los nucleones [8]. El formalismo de la cromodinámica cuántica en la retícula sigue siendo un tema activo dentro del estudio de los nucleones en la retícula. Por ejemplo, las simulaciones computacionales han sido usadas recientemente para calcular el valor del momento eléctrico dipolar del neutrón en la retícula [9]. Los resultados son compatibles con cero, lo cual concuerda con el valor físico, reportado en [10].

En este trabajo, el alumno Edgar Efrén Calleros Marentes del programa educativo de Ingeniería Física pudo participar activamente, desarrollando rutinas para el procesamiento y análisis de datos, reforzando así sus habilidades de análisis computacional y estadístico de datos. El alumno se encuentra finalizando su proyecto de titulación y su proyecto de práctica profesional investigativa. Los resultados serán publicados en una revista indexada y la metodología hará posible la escritura de un proyecto de titulación de nivel licenciatura.

### 2.2 Marco teórico

La cromodinámica cuántica en la retícula (LQCD, por sus siglas en inglés) es un método no perturbativo que es aplicable a bajas energías, en donde una de las alternativas es la expansión de las amplitudes de dispersión Compton del neutrón, por ejemplo. La polarizabilidad eléctrica del neutrón puede ser extraída de los datos generados en LQCD, como se describe más adelante.

La cromodinámica cuántica en la retícula regulariza la teoría mediante la discretización debida al espaciado intersticial de la retícula; una red hipercúbica de cuatro dimensiones, tres espaciales y una temporal en espacio euclidiano. El parámetro  $a$  intersticial en la retícula permite

obtener cantidades finitas al actuar como un regulador de la teoría cuántica en la retícula. Los valores de cantidades observables de los hadrones, por ejemplo, no son cantidades físicas sino que se tienen que extrapolar para cuando el parámetro de regularización es nulo, como se discute en [11,12]. En este tratamiento en la retícula, las acciones de norma de la cromodinámica cuántica se escriben en términos de la traza del producto de eslabones entre los sitios de la retícula; un ciclo de Wilson es entonces el producto de estos eslabones en un circuito cerrado en la retícula y es la acción de norma más sencilla, en donde los campos de norma son introducidos en la retícula como variables de norma o variables *gauge*. Los detalles generales de las teorías cuántica de norma son descritos en [11,12], por ejemplo.

En la retícula se usa la formulación de la integral de camino, una vez que se especifica la acción de norma en términos de las variables de eslabón. En analogía con la formulación de camino de la teoría cuántica, la integral es sobre todas las variables de norma. Se definen entonces los valores esperados de las cantidades observables en términos de funciones de correlación.

Por otro lado, la discretización introducida por la retícula hace que las derivadas sean remplazadas por diferencias, siendo el parámetro de retícula un factor que impacta en la precisión de las derivadas discretas.

La formulación de la cromodinámica cuántica en la retícula reduce la integral de camino a un proceso de integración multidimensional, como se describe en [12]. Las integrales sobre todas las configuraciones en la práctica se reducen al muestreo Monte Carlo por el algoritmo de Metrópolis, y en donde las configuraciones son las de una cadena de Markov, como se presenta en [13]. Nótese que la correlación entre las configuraciones debe ser considerada en el cálculo de los valores esperados.

En la formulación de la cromodinámica cuántica en la retícula, los quarks  $u$  y  $d$  son creados por una función de 2-puntos en el tiempo inicial  $t = 0$ , y se propagan a través de los sitios de la retícula en tiempos posteriores. La propagación de quarks en la retícula se da dentro de un campo eléctrico constante, aunque la variación espacial y temporal del campo electromagnético puede ser diseñada de otro forma. Se tiene en [6] que un campo eléctrico en la dirección  $z$  tiene la forma dada por

$$A_3(t) = A + Et \tag{1}$$

en donde  $A$  es un campo de norma constante y  $E$  es la magnitud del campo eléctrico constante, el cual es introducido en la retícula como una fase  $U(1)$ , con la cual se define la acción del sistema como la suma de la acción en QCD sin campo eléctrico mas la acción que representa el acoplamiento con el campo eléctrico externo. En la acción que representa el acoplamiento con el campo externo se debe incluir el factor de renormalización de número de quarks en la retícula, esto es

$$n = \int d^3x j_0 \quad (2)$$

$$z_v = 3/n$$

donde  $n$  es el número de quarks en la retícula,  $j_0$  es el componente temporal de la corriente de quarks y  $z_v$  es el factor de renormalización de quarks.

Como se explica en [6], la parte cuadrática en el campo aplicado de la función de 2-puntos se obtiene al considerar las funciones con dos inserciones lineales en el campo aplicado, o lo que es equivalente, una inserción cuadrática en el vértice. Se puede construir entonces la razón entre la parte cuadrática de la función de 2-puntos para momento lineal igual a cero y la de la función de 2-puntos sin campo magnético aplicado:

$$R_2(t) = \frac{G^{(2)}(p=0, t)_E}{G(p=0, t)} \quad (3)$$

donde el numerador representa la parte cuadrática en el campo externo a momento lineal igual a cero y el denominador es la parte sin el campo eléctrico aplicado. El comportamiento de la ecuación (3) es cúbico y la pendiente (con un signo menos) corresponde al cambio o corrimiento de masa del neutrón en presencia del campo eléctrico aplicado. La pendiente se define como

$$S = \frac{dR_2}{dt} \quad (4)$$

La pendiente (4) se obtiene en el punto de inflexión de la función cúbica (3), que es obtenida directamente de los datos generados en las simulaciones numéricas en la retícula. Como se discute en [5], el neutrón en la retícula inicia como un grupo de quarks que se propagan en la retícula en direcciones opuestas; en dirección contraria a la fuerza ejercida por el campo eléctrico aplicado. Esto significa que en la retícula hay dos corrientes de quarks en direcciones opuestas. El neutrón tarda algunos pasos temporales en la retícula en adaptarse a estas condiciones. Cuando el campo eléctrico detiene las corrientes de quarks, justo antes de que empiece a cambiarlas de dirección, se tiene un tiempo donde el neutrón en la retícula es estacionario; es en este punto temporal donde se evalúa la pendiente (4) ya que el cambio de masa  $m^{(2)}$  en este punto conduce al valor de la polarizabilidad eléctrica del neutrón:

$$\alpha_E = -2 \frac{m^{(2)}}{E^2} \quad (5)$$

donde  $\alpha_E$  es la polarizabilidad eléctrica del neutrón y el corrimiento de masa  $m^{(2)}$  se obtiene de la pendiente (4) del comportamiento cúbico (3). Nótese que en (5) el magnitud del campo eléctrico tiene unidades en la retícula.

Al igual que [5], se analizaron los datos correspondientes a las 12 contribuciones que resultan de la expansión de Taylor de la función de 2-puntos para el caso del neutrón en presencia de un campo eléctrico externo. Los diagramas conectados son aquellos donde la parte cuadrática se representa con un inserción en cada línea de quark, mientras que los diagramas desconectados se representan con una inserción cuadrática en una línea de quark.

De los valores de polarizabilidad eléctrica que se calculan en la ecuación (5) a partir de los datos de las simulaciones numéricas de cromodinámica cuántica en la retícula, se debe sustraer la contribución de un neutrón puntual. El procedimiento para encontrar los coeficientes a sustraer se basa en la llamada transformación de Foldy-Wouthuysen, que se discute en [14,15]. Los resultados particulares para la polarizabilidad eléctrica de un neutrón ya son bien conocidos. El término específico es conocido ahora como *término de Foldy*, originalmente descrito en [16]. De esta forma, el valor de polarizabilidad eléctrica del neutrón  $\alpha_{Elec}$  debe ser reportado como el valor  $\alpha_E$  obtenido a partir de la simulación en la retícula menos el término de Foldy  $\alpha_{E(FW)}$ :

$$\alpha_{Elec} = \alpha_E - \alpha_{E(FW)} \quad (6)$$

Aunque el término de Foldy es conocido desde finales de la década de 1950, los coeficientes para campos electromagnéticos con variaciones espacio-temporales han sido reportados recientemente [7]. En un artículo de los autores a publicarse en el futuro cercano, la contribución puntual será sustraída de los valores de polarizabilidad spin eléctrica obtenido en simulaciones de cromodinámica cuántica en la retícula.

### 3. Objetivos (general y específicos)

El objetivo general de este reporte técnico es presentar los resultados de la polarizabilidad eléctrica del neutrón a partir del análisis de los sets de datos obtenidos de simulaciones computacionales en cromodinámica cuántica en la retícula. De este análisis, se determina un set de datos preferencial para reportar los valores de polarizabilidad eléctrica del neutrón.

Como objetivos específicos cumplidos se tienen:

- Se obtuvieron los resultados de polarizabilidad eléctrica del neutrón para una masa de pión de 357 MeV en cromodinámica cuántica en la retícula. Nota: En este reporte técnico se muestran los resultados solo para la masa de pión a 357 MeV pero no para la masa de pión de 759 MeV por dos razones; una es que uno de los propósitos de la cromodinámica cuántica en la retícula es hacer extrapolaciones de las cantidades extraídas en la retícula

hacia la masa física del pión. En este sentido, la masa de 759 MeV está muy por arriba de la masa física. La otra razón es que a 759 MeV se produce una tensión con las predicciones de la teoría quiral de perturbaciones debido a que la masa está por arriba de los valores de masa en los que la teoría puede hacer predicciones de la polarizabilidad eléctrica de los neutrones. Esto es, tanto para extrapolaciones numéricas como predicciones teóricas la masa de 759 MeV es muy alta como para producir resultados confiables, dado que hoy en día las simulaciones numéricas se hace con masas cercanas a la masa física.

- En los resultados, se consideraron las contribuciones puntuales a la polarizabilidad eléctrica tomando en cuenta los diagramas conectados y no conectados.
- Se hizo la corrección de la contribución puntual de llamado término de Foldy-Wouthuysen correspondiente. Esto es, se sustrajo el valor del término de Foldy-Wouthuysen análogo que resulta de la transformación resultante de considerar un neutrón de Dirac en la presencia de un campo electromagnético aplicado.
- Se seleccionó un set de datos de acuerdo con los valores de las incertidumbres de los valores determinadas con el método jackknife.

## 4. Metodología

### a) Sets de datos para análisis

En la generación de datos se usaron quarks *asqtad*, donde las funciones de 2-puntos sobre las configuraciones fueron evaluadas usando quarks de pared de dominio. Dichas configuraciones se generaron en retículas de  $20^3 \times 64$ , pero las mediciones se hicieron originalmente en retículas de tamaño  $20^3 \times 32$ , las cuales contienen los 32 pasos temporales iniciales de las retículas de las cuales se desprenden. Se tienen los datos de 448 configuraciones para la masa de quarks correspondientes a una masa de pión de 357 MeV.

Los propagadores de quarks se evaluaron usando condiciones de dominio de Dirichlet en las fronteras temporales de las retículas que fueron reducidas a la mitad.

Las pendientes temporales de las parábolas resultantes de los ajustes, que se describirán más adelante, se realizaron en 3 valores temporales;  $-10a$ ,  $0$ ,  $6a$ , con un valor estático para el campo eléctrico aplicado. Lo anterior corresponde a corrimientos constantes en el tiempo del campo de norma que se describe en la ecuación (1). Los corrimientos corresponden a tres intervalos de tiempo en los que se observan las proporciones de la ecuación (3).

### b) Método jackknife para estimación de incertidumbres

En las simulaciones computacionales de la cromodinámica cuántica en la retícula, las configuraciones sobre las cuales se hacen promedios de cantidades observables están



correlacionadas. Esto debido a que en la generación de configuraciones, la cadena Monte Carlo de Markov produce una configuración nueva a partir de la actualización de una configuración previa. Se debe tomar en cuenta que las mediciones en la retícula no son estadísticamente independientes; los valores fluctúan de manera correlacionada. Tomando esto en consideración, la varianza de las proporciones de la ecuación (3) son estimadas con un número finito de muestras de todas las configuraciones posibles. Esta es una característica de lo que se refiere al análisis de datos producidos en la retícula, como se discute en [17].

Los datos en este reporte técnico son presentados con estimaciones de incertidumbre calculadas con el método jackknife, el cual se describe en [17]. El método jackknife permite obtener entonces las barras de incertidumbre en las cantidades de interés, ya que se calculan a partir de la estimación de la varianza obtenida con el método. De esta forma, como se discute en [11], se toma en consideración los efectos de correlación en los datos generados en las simulaciones numéricas.

c) Promedio parciales

Los datos generados en las simulaciones computacionales de la cromodinámica cuántica en la retícula pueden ser procesados por el método de *binning*. Por ejemplo, en el cálculo de los promedios se pueden obtener resultados parciales; se toma promedios por configuración y se determinan incertidumbres por el método jackknife. Este proceso es algo que considera también el reducir la correlación en los datos de la simulación.

d) Cálculo del factor de renormalización de quarks de valencia en el neutrón

Como se mencionó anteriormente, la simulación consiste en corrientes de quarks en la retícula, por lo que al instante de la medición para cuando las corrientes se detienen es necesario considerar el factor de renormalización de la corriente de quarks, que es una medición del número de quarks de valencia en el neutrón. Como se explica en [2], los factores de renormalización de quarks se determinan a partir de la función de 3-puntos. Se tiene que en general el número de quarks de valencia es distinto de 3 debido a los efectos de regularización de la retícula. Para medir este número, se tomaron los promedios de los valores de número de quarks de valencia en la zona plana, para varios instantes de tiempo en la retícula. El factor de renormalización de quarks de valencia es 3 dividido entre el número de quarks de valencia en la simulaciones en la retícula. Las incertidumbres tanto del número de quarks de valencia en la retícula como el factor de renormalización fueron calculadas con el método jackknife. Se tiene que en la simulaciones computacionales de cromodinámica cuántica en la retícula, los factores de renormalización de quarks son distintos para quarks ligeros y para quarks extraños. Se consideraron los factores de renormalización correspondientes a los diagramas de las contribuciones, como se explica en [5].

e) Ajuste de datos por  $\chi^2$

Como se mencionó, el comportamiento de las proporciones en la ecuación (3) es cúbico en tiempo euclidiano. Se determinó la pendiente en el punto de inflexión de dichas funciones cúbicas, las cuales fueron ajustadas por  $\chi^2$ . Las pendientes son proporcionales al corrimiento de masa del neutrón en presencia del campo eléctrico externo, como se muestra en la ecuación (5).

El análisis de determinación de pendientes de las funciones cúbicas se hizo a partir de ajustes de los puntos en los intervalos de tiempo euclidiano  $4a$  a  $8a$  y  $3a$  y  $9a$ , esto es, se ajustaron funciones cúbicas a los datos de las proporciones de la ecuación (3) correspondientes a estos intervalos de tiempo euclidiano en la retícula.

Además, con el objetivo de determinar la fluctuación del punto de inflexión se realizaron ajustes cúbicos con y sin término cuadrático. Por construcción, las funciones cúbicas sin término cuadrático tienen un punto de inflexión fijo en  $t = 6a$ . Por otro lado, las funciones cúbicas con término cuadrático tienen cierta fluctuación en la posición del punto de inflexión, el cual fue determinado con incertidumbre según el método jackknife.

Además de la determinación de puntos de inflexión y pendientes para funciones cúbicas, se realizaron ajustes lineales con mínimos cuadrados y con  $\chi^2$  para los datos de las proporciones (3) correspondientes a los intervalos de tiempo euclidiano  $5a$  a  $7a$ . Se obtuvo la pendiente, con la incertidumbre correspondiente mediante el método jackknife.

En los ajustes  $\chi^2$  de funciones cúbicas y lineales, las varianzas jackknife de las proporciones (3) fueron usadas como pesos de los ajustes.

f) Determinación del valor extremal en los ajustes y corrección.

Las pendientes en los puntos de inflexión de las funciones de ajuste fueron consideradas como tres valores en una función parabólica; el valor extremal de esta parábola es la pendiente mínima en el punto de inflexión obtenidos con los ajustes.

Además de la obtención del valor extremal se consideró la corrección debida a efectos de curvatura, de forma similar a la corrección hecha en [5].

## 5. Instituciones, organismos o empresas de los sectores social, público o productivo participantes

El análisis de los resultados obtenidos para la polarizabilidad eléctrica del neutrón en cromodinámica cuántica en la retícula son producto de la colaboración con el Dr. Michael Engelhardt, del Departamento de Física de la New Mexico State University, Estados Unidos, y con el Dr. Roman Höllwieser, del Departamento de Física de la Universidad de Wuppertal, Alemania.

## 6. Resultados

A continuación se presentan los principales resultados del cálculo de la polarizabilidad eléctrica del neutrón y del análisis de los datos generados en el arreglo en cromodinámica cuántica en la retícula para los diagramas conectados y desconectados.

a) Factor de renormalización de quarks

Como ya se mencionó, el factor de renormalización  $z_v$  de la ecuación (2) es una medición del número de quarks de valencia. El procedimiento del cálculo seguido en este trabajo es el reportado en [2,5]. En este trabajo, las mediciones del factor fueron hechas para tiempos de inserción en la retícula de 4a a 8a. Las incertidumbres en las cantidades de la tabla 1 se calcularon con el método jackknife.

Tabla 1. Factores de renormalización de las mediciones en la retícula para  $m_\pi = 357$  MeV, para quarks ligeros y extraños

	Número de quarks de valencia $n$ y factor $z_v = 2/n$
Quarks ligeros	$n_l = 2.63 \pm 0.020$ $z_v = 1.14 \pm 0.0086$
Quarks extraños	$n_s = 2.73 \pm 0.0022$ $z_v = 1.10 \pm 0.00089$

b) Contribución puntual a la polarizabilidad eléctrica del neutrón a  $m_\pi = 357$  MeV

Como se mencionó, la ecuación (6) define la polarizabilidad de interés como el valor de la polarizabilidad eléctrica extraída de los datos de la retícula menos el valor de la contribución debida al factor de Foldy-Wouthuysen. En [7] se muestra un método para calcular el coeficiente de la contribución puntual a la polarizabilidad eléctrica:

$$\alpha_{FW} = -\frac{\mu^2}{m_n} \quad (7)$$

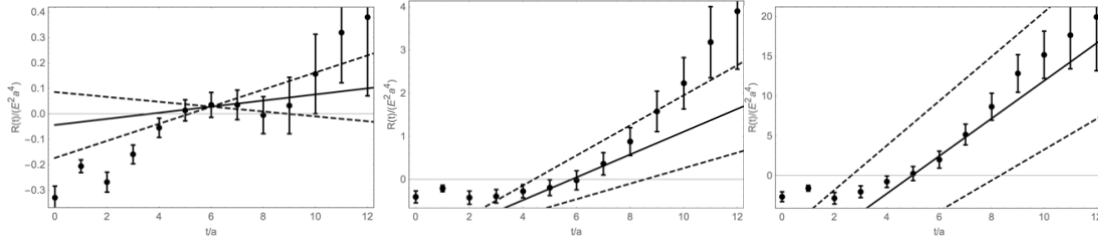
donde  $\mu$  es el momento anómalo del neutrón que debe ser evaluado a la masa del pión en curso,  $m_n$  es la masa del neutrón en la retícula a la masa del pión de 357 MeV. Para determinar el valor de  $\mu$  se usaron en este trabajo los valores reportados en [18] de los componentes isovector e isoescalar del momento magnético anómalo del neutrón a una masa del pión de 355 MeV, lo cual es suficientemente cercana a la masa del pión de la simulación. Por otro lado, la masa del neutrón en la retícula a 357 MeV de la masa del pión se evaluó con los datos reportados en [19]. Con estos valores se determinó que la contribución puntual en el caso de interés es

$$\alpha_{FW}^{357 \text{ MeV}} = (-0.22 \pm 7.7 \times 10^{-7})10^{-4} \text{ fm}^{-3} \quad (8)$$

c) Mediciones del valor de la polarizabilidad eléctrica para todos los diagramas  $m_\pi = 357 \text{ MeV}$  a partir de ajustes lineales

La figura 1 muestra las proporciones de la ecuación (2) para todos los diagramas, donde la fuente del neutrón en la retícula se colocó en  $t = 0$  y el campo electromagnético de fondo se varió para los tiempos en la retícula de  $6a, 0, -10a$ . El método de campo de fondo electromagnético se explica en [2].

Figura 1. Proporciones de los correladores de la ecuación (2) para los tiempos de variación de campo de fondo en  $6a, 0, -10a$ , respectivamente de izquierda a derecha.



La tabla 2 reporta los valores extremales y su posición. Estos valores fueron obtenidos con el ajuste  $\chi^2$  para los intervalos temporales discutidos en el texto.

Tabla 2. Valores extremales y sus posiciones de los ajustes lineales  $\chi^2$  con corrección por curvatura para todos los diagramas.

Ajuste	Intervalo 5 a 7	4 a 8	3 a 9
Valor extremal ( $a^3$ )	$-0.0018 \pm 0.024$	$0.00098 \pm 0.019$	$0.0049 \pm 0.016$
Posición ( $t/a$ )	$6.99 \pm 0.39$	$6.97 \pm 0.36$	$7.12 \pm 0.35$

La tabla 3 muestra los valores de la polarizabilidad eléctrica del neutrón a partir de los valores extremales de la tabla 2.

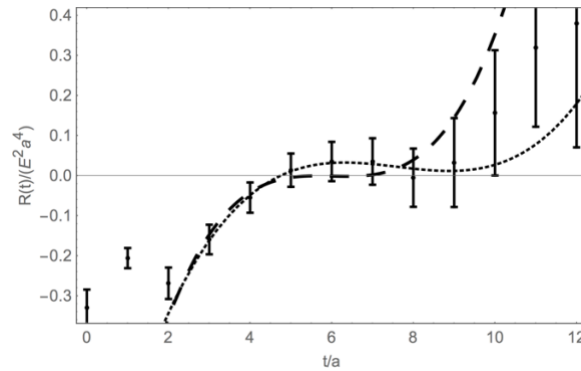
Tabla 3. Polarizabilidad eléctrica del neutrón para todos los diagramas en los ajustes lineales  $\chi^2$ . Se ha restado la contribución puntual.

Intervalo de ajuste ( $t/a$ )	$\alpha_{Elec} = \alpha_E - \alpha_{E(FW)} (10^{-4} \text{ fm}^3)$
5 a 7	$0.293 \pm 0.916$
4 a 8	$0.186 \pm 0.715$
3 a 9	$0.036 \pm 0.625$

- d) Mediciones del valor de la polarizabilidad eléctrica para todos los diagramas  $m_\pi = 357$  MeV a partir de ajustes cúbicos

La figura 2 muestra el comportamiento cúbico genérico de las proporciones de la ecuación (2) junto con los ajustes de funciones cúbicas.

Figura 2. Proporciones de la ecuación (2) para todos los diagramas con ajuste  $\chi^2$  de funciones cúbicas con término cuadrático (línea punteada) y sin término cuadrático (línea en segmentos).



La tabla 4 muestra la posición del punto de inflexión en los ajustes así como los valores de la pendiente en esa posición.

Tabla 4. Puntos de inflexión y pendientes extraídas de los ajustes  $\chi^2$  cúbicos con y sin término cuadrático.

Ajuste	4 a 8	3 a 9
punto inflexión ( $t/a$ )	$12.35 \pm 55.31$	$7.60 \pm 2.00$
pendiente con término cuadrático ( $a^3$ )	$-0.099 \pm 0.968$	$-0.012 \pm 0.0375$
pendiente sin término cuadrático ( $a^3$ )	$-0.00014 \pm 0.025$	$-0.0023 \pm 0.022$

## 7. Productos generados

Los resultados del análisis descrito en el presente reporte técnico serán sometidos a publicación a alguna revista indexada, como por ejemplo de la *American Physical Society* o relacionados con la temática de este trabajo. Al momento de la redacción de este reporte, el artículo mencionado está en

preparación. También se tiene que el alumno Edgar Efrén Calleros Marentes del programa educativo de Ingeniería Física está en proceso de concluir un proyecto de titulación directamente relacionado con el tema descrito en este trabajo. Por separado, el alumno también participa en un Proyecto de Práctica Profesional Investigativa en el desarrollo de programas para tener un análisis independiente de los datos. El alumno habrá de concluir tanto el proyecto de titulación como la práctica profesional investigativa en mayo de 2022.

## 8. Conclusiones

Los resultados de la tabla 2 muestran que la posición de los puntos de inflexión se aleja hacia la derecha del punto de inflexión por construcción  $t = 6a$ . Esto podría sugerir a primera vista un efecto de retardo en tiempo de la retícula. Sin embargo, aunque la posición de estos puntos muestra cierto corrimiento hacia la derecha, los valores de las pendientes son compatibles entre sí, como se discute a continuación y se muestra en los resultados de la tabla 4.

En los resultados de la tabla 3 puede observarse que los valores extraídos de polarizabilidad eléctrica del neutrón son compatibles entre sí. Si por un lado la incertidumbre de la extracción del intervalo de ajuste 5 a 7 es mayor que para los dos otros intervalos, creemos que el ajuste lineal para el intervalo 5 a 7 es más confiable para 3 puntos; el punto de inflexión en  $t = 6a$  y uno a la derecha y a la izquierda de este. Es decir, no se tiene ninguna garantía que el comportamiento lineal se cumpla para puntos más alejados de  $t = 6a$ . Este es un argumento para declarar los resultados de los ajustes de 5 a 7 como los de nuestra preferencia.

Nótese que en los resultados de la tabla 4 se tiene evidencia de que el punto de inflexión de los ajustes cúbicos es distinto de 6, es decir, del punto de inflexión por construcción. Nótese también que las incertidumbre de estas posiciones son altas para el intervalo de ajuste 4 a 8, por ejemplo. Sin embargo, debe mencionarse que los valores de las pendientes de los ajustes con y sin término cuadrático concuerdan dentro de incertidumbres. Lo anterior sugiere que aunque parece haber un corrimiento general de los puntos de inflexión hacia la derecha, los valores de las pendientes de los ajuste cúbicos, con y sin término cuadráticos, son compatibles entre sí.

El método de campo de fondo seguido en este trabajo muestra que la polarizabilidad eléctrica del neutrón en la retícula puede ser extraída en el instante temporal en el que las corrientes de quarks se detienen por efecto de la aplicación del campo eléctrico externo.

## 9. Mecanismos de transferencia. (Si aplica)

No aplica.

## 10. Contribución e impacto del proyecto

Hasta donde se sabe, en México solo existen dos grupos de investigación en teorías cuánticas en la retícula; el grupo de investigación del Dr. Wolfgang Bietenholz del Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM y el grupo de investigación en la UACJ, el cual es responsable de los resultados presentados en este reporte técnico. Con esto, se tiene una contribución directa al estudio de las polarizabilidades de los hadrones basada en métodos numéricos como lo es la cromodinámica cuántica en la retícula. Este trabajo contribuye a los estudios de la determinación del valor de la polarizabilidad eléctrica del neutrón; aunque no es el resultado a la masa física del pión, la metodología descrita en este trabajo contribuye al entendimiento de la conexión entre resultados producidos con simulaciones numéricas en comparación con los resultados de las predicciones teóricas. En este sentido, en [11] se discute la extracción de los valores de polarizabilidad eléctrica y de espín de los nucleones a partir de datos en cromodinámica cuántica en la retícula.

## 11. Impacto económico, social y/o ambiental en la región

Como se mencionó, los resultados de este trabajo contribuyen al entendimiento de las técnicas de la cromodinámica cuántica en la retícula con lo que respecta al cálculo de propiedades de los hadrones, de forma específica contribuyen al cálculo de la polarizabilidad eléctrica del neutrón. Dada la participación del alumno Edgar Efrén Calleros Marentes, el proyecto ha contribuido con la formación profesional y competente, en concordancia con el Plan Institucional de Desarrollo de la UACJ (PIDE 2018-2024), en especial con el Eje Estratégico 1 que se refiere a la formación integral de estudiantes mediante la participación en actividades complementarias, tales como la participación en proyectos de investigación como el descrito en este reporte. Las habilidades técnicas y blandas adquiridas por el alumno, en cuanto a la presentación de resultados, así como la colaboración internacional de docentes también son congruentes con los requisitos del Consejo de Acreditación de la Enseñanza de la Ingeniería, A.C. (CACEI), organismo acreditador del programa educativo de Ingeniería Física.

Dado que el cálculo de las polarizabilidades hadrónicas en la retícula es un tema actual, los resultados de este trabajo también son congruentes con el Eje Estratégico 2 del PIDE, ya que los resultados que serán publicados cumplen con la tarea de generar y difundir el conocimiento. Es congruente de forma particular con el objetivo 2.3 ya que las actividades de investigaciones descritas en el presente trabajo articulan las funciones de docencia, investigación y extensión, dado que se tiene documentada la participación de colaboradores externos y de un estudiante de licenciatura.

## 12. Referencias (bibliografía en formato de la American Physical Society APS)

- [1] F. Hagelstein, *Nucleon Polarizabilities and Compton Scattering as a Playground for Chiral Perturbation Theory*, (2020).

- [2] M. Engelhardt, *Neutron Electric Polarizability from Unquenched Lattice QCD Using the Background Field Approach*, Physical Review D **76**, 114502 (2007).
- [3] D. Babusci, G. Giordano, A. I. L’vov, G. Matone, and A. M. Nathan, *Low-Energy Compton Scattering of Polarized Photons on Polarized Nucleons*, Physical Review C **58**, 1013 (1998).
- [4] W. Detmold, B. C. Tiburzi, and A. Walker-Loud, *Electromagnetic and Spin Polarizabilities in Lattice QCD*, Physical Review D **73**, 114505 (2006).
- [5] M. Engelhardt, *Progress toward the Chiral Regime in Lattice QCD Calculations of the Neutron Electric Polarizability*, in *Proceedings of The XXVII International Symposium on Lattice Field Theory — PoS(LAT2009)* (Sissa Medialab, Trieste, Italy, 2010), p. 128.
- [6] M. Engelhardt, *Electric Polarizability of the Neutron in Dynamical Quark Ensembles*, in *Proceedings of The XXV International Symposium on Lattice Field Theory — PoS(LATTICE 2007)* (Sissa Medialab, Trieste, Italy, 2008), p. 143.
- [7] J. Saenz, M. Engelhardt, and R. Höllwieser, *Energy of a Pointlike Neutron in an External Electromagnetic Field*, Physical Review D **104**, 056002 (2021).
- [8] R. Bignell, W. Kamleh, and D. Leinweber, *Magnetic Polarizability of the Nucleon Using a Laplacian Mode Projection*, Physical Review D **101**, 094502 (2020).
- [9] C. Alexandrou, A. Athenodorou, K. Hadjiyiannakou, and A. Todaro, *Neutron Electric Dipole Moment Using Lattice QCD Simulations at the Physical Point*, Physical Review D **103**, 054501 (2021).
- [10] P. A. Zyla et al., *Review of Particle Physics*, Progress of Theoretical and Experimental Physics **2020**, (2020).
- [11] T. DeGrand and C. DeTar, *Lattice Methods for Quantum Chromodynamics* (WORLD SCIENTIFIC, 2006).
- [12] M. Creutz, *Quarks, Gluons and Lattices* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 1985).
- [13] N. Metropolis and S. Ulam, *The Monte Carlo Method*, J Am Stat Assoc **44**, 335 (1949).
- [14] L. L. Foldy and S. A. Wouthuysen, *On the Dirac Theory of Spin 1/2 Particles and Its Non-Relativistic Limit*, Physical Review **78**, 29 (1950).
- [15] J. P. Costella and B. H. J. McKellar, *The Foldy–Wouthuysen Transformation*, American Journal of Physics **63**, 1119 (1995).
- [16] L. L. Foldy, *Electric Polarizability of the Neutron*, Physical Review Letters **3**, 105 (1959).
- [17] D. Toussaint and W. Freeman, *Sample Size Effects in Multivariate Fitting of Correlated Data*, (2008).
- [18] S. N. Syritsyn et al., *Nucleon Electromagnetic Form Factors from Lattice QCD Using  $2+1$  Flavor Domain Wall Fermions on Fine Lattices and Chiral Perturbation Theory*, Physical Review D **81**, 034507 (2010).
- [19] J. D. Bratt et al., *Nucleon Structure from Mixed Action Calculations Using  $2+1$  Flavors of Asqtad Sea and Domain Wall Valence Fermions*, Physical Review D **82**, 094502 (2010).

## 13. Anexos

### 13.1 Taxonomía de los Roles de Colaborador (con las actividades logradas)



<b>Roles</b>	<b>Definición de los roles</b>	<b>Nombre de él(la) investigador(a)</b>	<b>Figura</b>	<b>Grado de contribución</b>	<b>Actividades logradas durante el proyecto</b>	<b>Tiempo promedio semanal (en horas) dedicado al proyecto</b>
1.- Responsabilidad de la dirección del proyecto	Coordinar la planificación y ejecución de la actividad de investigación.	Dr. Jesús Sáenz	Director del proyecto	Principal	El proyecto se ejecutó satisfactoriamente , quedando solo por concluir la tesis de licenciatura y la publicación del artículo.	3
2.- Responsabilidad de supervisión	Elabora la planificación de las actividades de la investigación.	-Dr. Jesús Sáenz -Dr. Michael Engelhardt -Dr. Roman Höllwieser	Supervisor del proyecto	-Principal -De apoyo -De apoyo	Las actividades se desarrollaron razonablemente dentro de los tiempos estimados.	3
3. Realización y redacción de la propuesta	Preparación, creación y redacción de la propuesta de investigación.	Dr. Jesús Sáenz	Redactor de la propuesta	Principal	Se realizó y registró la propuesta de investigación	3
4. Desarrollo o diseño de la metodología	Diseño de la metodología y sustento teórico para la aplicabilidad de los instrumentos en la ejecución del proyecto	-Dr. Michael Engelhardt	Diseñador de la metodología	Principal	Se tiene una metodología adecuada para obtener los resultados descritos en este trabajo.	1
5. Recolección de datos en información	Ejecuta las estrategias propuestas en acciones encaminadas a obtener la información, hacienda la recopilación de datos y la inclusión de la evidencia en el proceso.	Dr. Jesús Sáenz	Recopilador de datos	Principal	Se cuenta con tablas numéricas, figuras de los datos obtenidos en este proyecto.	3
6. Elaboración del análisis formal de la investigación	Aplicar métodos estadísticos, matemáticos, computacionales, teóricos para analizar y sintetizar los datos del estudio. Verifica los resultados preliminares de cada etapa del análisis.	-Dr. Jesús Sáenz -Dr. Michael Engelhardt -Dr. Roman Höllwieser -Edgar Calleros	Analista de datos	-Principal -De apoyo -De apoyo -De apoyo	Se tienen las rutinas adecuadas para el procesamiento, análisis y extracción de los datos necesarios para esta propuesta.	3
7. Preparación, creación y/o presentación de los	Preparar la redacción del reporte técnico final.	-Dr. Jesús Sáenz -Dr. Michael Engelhardt -Dr. Roman Höllwieser	Editor de reporte técnico	-Principal -De apoyo -De apoyo	Se tiene el reporte técnico final de este proyecto.	3

productos entregables						
-----------------------	--	--	--	--	--	--

### 13.1.1 Estudiantes participantes en el proyecto

<b>Nombre de estudiante(s)</b>	<b>Matrícula</b>	<b>Tiempo promedio semanal (en horas) dedicado al proyecto</b>	<b>Actividades logradas en la ejecución del proyecto</b>
Edgar Efrén Calleros Marentes	167163	5	Desarrolló rutinas de análisis estadístico de datos, manipulación de datos y ajustes para extraer cantidades descritas en este trabajo.