

Optimización de la Distancia de Lanzamiento de una Catapulta Virtual Mediante la Metodología de Superficie de Respuesta

José Roberto Martínez Sapien¹, Dr. Luis Alberto Rodríguez Picón²,
Dr. Luis Carlos Méndez González³ y Dr. Manuel Iván Rodríguez Borbón⁴

Resumen—La metodología de superficie de respuesta es una herramienta importante para la optimización de procesos dado que permite evaluar el efecto de múltiples factores en diferentes órdenes y sus interacciones sobre una variable de respuesta de interés. En el presente artículo se lleva cabo la implementación de esta metodología en una catapulta virtual. Esta catapulta considera cuatro factores para el lanzamiento de una pelota, mientras que la variable de respuesta se considera como la distancia recorrida por la pelota. Como parte del análisis, se llevó a cabo un diseño central compuesto para experimentar con la catapulta, posteriormente se realizó un análisis canónico y un análisis Ridge. Considerando los resultados obtenidos a partir de la metodología fue posible maximizar la distancia de lanzamiento al definir niveles específicos de los cuatro factores de la catapulta.

Palabras clave— Análisis canónico, Metodología de superficie de respuesta, diseño central compuesto, Análisis Ridge.

Introducción

La presente investigación consiste en el tema métodos de superficie de respuesta para la optimización de procesos. Los orígenes de la MSR provienen desde el trabajo de Box y Wilson (1951), pero en los últimos 20 años gracias a las computadoras y la tecnología esta metodología ha tenido un gran progreso tanto como en lo teórico y lo aplicable. En definición son un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas que se utilizan en el tratamiento de problemas en los que una respuesta de interés tiene la influencia de diferentes factores con el objetivo de optimizar la respuesta. Es decir, pueden existir experimentos con los cuales no se obtienen las respuestas más exactas o no se puede encontrar un nivel de mejoras deseado por lo cual se debe de experimentar de una forma secuencial para encontrar lo más óptimo.

La MSR se puede aplicar en procesos que ya están en acción para su mejora, o en los que apenas se encuentran en pleno desarrollo y diseño. Existen tres acciones principales al momento de desarrollar un experimento las cuales son cribar los factores, es decir cuando tenemos un proceso en que se utilizan muchos factores y no tenemos una visión clara de cómo influyen cada uno de ellos será necesario de experimentar y definir cuáles son los más importantes para trabajar con ellos. Estudiar la curvatura para definir qué tipo de punto se tiene y moverse de lugar. En este proyecto se tiene una región experimental que son todos aquellos espacios delimitados por los rangos de los diferentes factores que utilizamos y una región de operatividad la cual es la condición en la que operamos nuestro experimento de manera virtual. Es necesario e importante conocer las regiones de operatividad y experimental, ya que la respuesta o el punto óptimo que se quiere encontrar puede estar en cualquier región de operatividad y estar fuera de la región experimental.

Puede haber ocasiones en que el punto de superficie este muy apartado de nivel más óptimo, el sistema va tener alguna leve curvatura y ahí se trabajara el modelo de primer orden con el objetivo de que el proceso sea más rápido y eficiente. Ya que se encontró la región más óptima, se puede usar un modelo de segundo orden el cual nos dará el punto de respuesta máxima. El objetivo de la MSR definir las condiciones más óptimas de operación o detallar el punto en el espacio de los factores para satisfacer las necesidades de operación.

En el experimento se encuentra la mejor combinación de los factores que se utilizaron el estudio experimental que quiere decir que fue el mejor tratamiento y por otra parte el punto óptimo que es aquella mejor combinación, pero ahora en toda el área de operatividad. Al momento que se deba estar experimentado hay que analizar si en realidad conviene encontrar el punto óptimo si en caso de que el mejor tratamiento este dando buenos resultados en el proceso, eso depende si ese porcentaje de diferencia va dar más ganancia o si en verdad el proceso puede dar su máxima capacidad.

La metodología de superficie de respuesta debe contener algunos elementos para que se lleve a cabo que son, el

¹ José Roberto Martínez Sapien estudiante de ingeniería industrial y de Sistemas, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.

A1137606@alumnos.uacj.mx (autor correspondiente)

² Dr. Luis Alberto Rodríguez Picón, Profesor investigador de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.

³ Dr. Luis Carlos Méndez González, Profesor investigador de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.

⁴ Dr. Manuel Iván Rodríguez Borbón, Profesor investigador de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.

diseño que es necesario para la optimización de diseño de experimentos, otro aspecto sería el modelo para un análisis de regresión lineal múltiple y la optimización que son las técnicas matemáticas que ya se conocen como las operaciones de matrices, derivadas, multiplicadores de Lagrange, etc.

Hay técnicas que se deben utilizar para optimizar que son escalamiento ascendente que se utiliza cuando al parecer el experimento está muy lejano a la región óptima y darle una dirección, análisis canónico que es usada cuando hay un diseño de segundo orden y se requiere abarcar más la región experimental y análisis de cordillera.

Descripción del Método

En la Figura 1 se presenta un diagrama de flujo de las actividades que se van a llevar a cabo para la metodología.

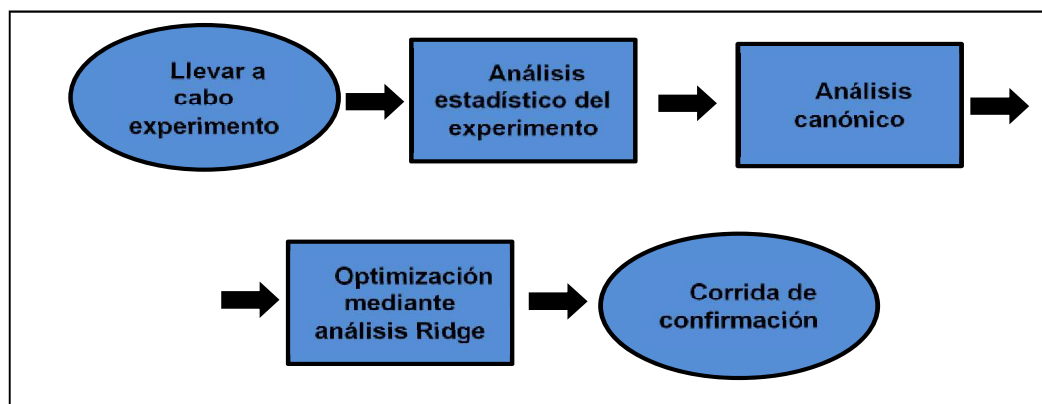


Figura 1 Diagrama de flujo

1. Llevar a cabo experimento: En este paso se usó un simulador de una catapulta virtual (pagina). El experimento que se llevó a cabo fue un diseño central compuesto con cuatro factores que son: pin, cup, bungee y firing. El experimento fue diseñado mediante el uso del software minitab.
2. Análisis estadístico del experimento: Mediante el uso del software minitab se analizó estadísticamente, se obtuvieron la significancia de los términos, la construcción del modelo cuadrático y la estimación de los efectos.
3. Análisis canónico: Mediante el uso del software R se programó un código para llevar a cabo el análisis canónico y poder definir qué punto estacionario tiene el sistema.
4. Optimización mediante Análisis Ridge: Mediante el uso del software R se programó un código con la intención de optimizar y definir los mejores niveles de los factores.
5. Corrida de confirmación: Hacer una corrida con los niveles obtenidos la cual confirme que los resultados son correctos.

Resultados

1. En este primer paso como se había mencionado anteriormente se llevó a cabo el experimento se un diseño central compuesto por medio de una catapulta virtual en cual se hicieron 31 lanzamientos con diferentes variables en sus respectivos 4 factores. En base a estos lanzamientos se realizó una recopilación de los 31 resultados y con ayuda del software minitab se analizaron los datos.

En la Figura 2 se presenta la catapulta con sus cuatro factores.

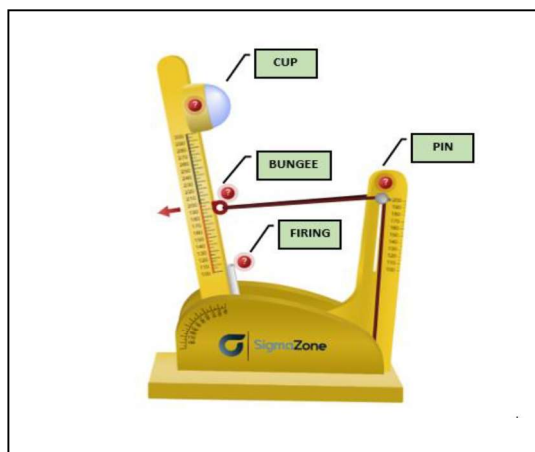


Figura 2 catapulta virtual

- Con ayuda del software minitab se analizaron los resultados obtenidos de los 31 lanzamientos y se obtuvo la significancia de los factores, los coeficientes para realizar el modelo cuadrático. En la tabla 1 se muestran los coeficientes de los factores.

Coded Coefficients							
Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF	
Constant		318.00	3.11	102.28	0.000		
Pin	86.92	43.46	1.68	25.88	0.000	1.00	
Cup	79.25	39.63	1.68	23.60	0.000	1.00	
Bungee	63.75	31.88	1.68	18.98	0.000	1.00	
Firing	22.25	11.13	1.68	6.63	0.000	1.00	
Pin*Pin	-0.81	-0.41	1.54	-0.26	0.795	1.03	
Cup*Cup	-1.81	-0.91	1.54	-0.59	0.564	1.03	
Bungee*Bungee	-6.06	-3.03	1.54	-1.97	0.066	1.03	
Firing*Firing	-68.81	-34.41	1.54	-22.37	0.000	1.03	
Pin*Cup	10.38	5.19	2.06	2.52	0.023	1.00	
Pin*Bungee	3.38	1.69	2.06	0.82	0.424	1.00	
Pin*Firing	15.88	7.94	2.06	3.86	0.001	1.00	
Cup*Bungee	9.38	4.69	2.06	2.28	0.037	1.00	
Cup*Firing	0.38	0.19	2.06	0.09	0.928	1.00	
Bungee*Firing	5.88	2.94	2.06	1.43	0.172	1.00	

Tabla 1 Coeficientes de los factores

Regression Equation in Uncoded Units

$$\begin{aligned}
 \text{Distancia} = & -2488 - 3.47(\text{pin}) - 0.13(\text{cup}) - 0.63(\text{bungee}) + 46.17(\text{firing}) - 0.00065(\text{pin}^2) \\
 & - 0.00145(\text{cup}^2) - 0.00485(\text{bungee}^2) - 0.22020(\text{firing}^2) + 0.00830(\text{pin} * \text{cup}) \\
 & + 0.00270(\text{pn} * \text{bungee}) + 0.02540(\text{pin} * \text{firing}) + 0.00750(\text{cup} * \text{bungee}) \\
 & + 0.00060(\text{cup} * \text{firing}) + 0.00940(\text{bungee} * \text{firing})
 \end{aligned}$$

En la tabla 2 se observan las significancias de los valores.

Analysis of Variance					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Model	14	146671	10476.5	154.84	0.000
Linear	4	110365	27591.3	407.78	0.000
Pin	1	45327	45327.0	669.91	0.000
Cup	1	37683	37683.4	556.94	0.000
Bungee	1	24384	24384.4	360.39	0.000
Firing	1	2970	2970.4	43.90	0.000
Square	4	34332	8583.0	126.85	0.000
Pin*Pin	1	5	4.7	0.07	0.795
Cup*Cup	1	23	23.5	0.35	0.564
Bungee*Bungee	1	263	262.8	3.88	0.066
Firing*Firing	1	33851	33851.4	500.30	0.000
2-Way Interaction	6	1974	329.1	4.86	0.005
Pin*Cup	1	431	430.6	6.36	0.023
Pin*Bungee	1	46	45.6	0.67	0.424
Pin*Firing	1	1008	1008.1	14.90	0.001
Cup*Bungee	1	352	351.6	5.20	0.037
Cup*Firing	1	1	0.6	0.01	0.928
Bungee*Firing	1	138	138.1	2.04	0.172
Error	16	1083	67.7		
Lack-of-Fit	10	1077	107.7	107.66	0.000
Pure Error	6	6	1.0		
Total	30	147754			

Como se puede observar en el análisis de varianza los lineales pin, cup, bungee y firing son significantes. En los cuadráticos solo el firing*firing es significantes y por último en los de interacción pin*cup, pin*firing, cup*bungee son significantes.

Tabla 2 Análisis de varianza

3. Análisis canónico: Por medio del software R se programó un código para ejecutar el análisis canónico y determinar qué punto estacionario se tiene. Por lo que en este estudio se encontró que existe un punto silla. Tabla 3 se visualiza el código canónico programado en el software R.

```
#Ejemplo de análisis canónico
#Definición de la matriz B
B=matrix(c(-0.41,2.595,0.845,3.97,2.595,-0.91,2.345,0.095,0.845,2.345,-0.03,1.47,3.97,0.095,1.47,-34.41),nrow=4,ncol=4)
#Definición de b
b=matrix(c(43.46,39.63,31.88,11.13),nrow=4,ncol=1)
#Obtener la matriz inversa de B
B1=solve(B)
#Encontrando el punto estacionario
xs=-0.5*(B1%*%b)
xs
#Encontrando los niveles naturales en el punto estacionario
x1=(-1.0101746*30)+255
x2=(0.2603932*9)+55
x3=(0.6806555*0.6)+1.1
#Calculando la respuesta en el punto estacionario
b0=318
ys=b0+(0.5*t(xs)%*%b)
ys
#Determinar el tipo de punto estacionario
ei=eigen(B)
ei
x1=(xs[1,1]*(50/2))+150
x2=(xs[2,1]*(50/2))+250
x3=(xs[3,1]*(50/2))+150
x4=(xs[3,1]*(25/2))+115
x1
x2
x3
x4
```

Tabla 3 Código canónico

4. Optimización mediante análisis Ridge: Dado que no se encontró una respuesta por medio del análisis canónico se recurrió a un análisis Ridge y por medio del software R se programó otro código con él se definieron las respuestas de los factores.

En la tabla 4 se muestra el código mediante análisis Ridge que se programó en el software R.

```
sol=solve(B-(20.55947*diag(4)), -0.5*b)
sol
#Encontrando el radio de optimización
r=sqrt(t(sol)%*%sol)
r
#Calculando la respuesta óptima
yo=318+(43.46*sol[1,1])+(39.63*sol[2,1])+(31.88*sol[3,1])+(11.13*sol[4,1])-(0.41*(sol[1,1]^2))-(0.91*(sol[2,1]^2))-
(3.03*(sol[3,1]^2))-
(34.41*(sol[4,1]^2))+(5.19*sol[1,1]*sol[2,1])+(1.69*sol[1,1]*sol[3,1])+(7.94*sol[1,1]*sol[4,1])+(4.69*sol[2,1]*sol[3,1])+(0.19*s
ol[2,1]*sol[4,1])+(2.94*sol[3,1]*sol[4,1])
yo
x1=(sol[1,1]*(50/2))+150
x2=(sol[2,1]*(50/2))+250
x3=(sol[3,1]*(50/2))+150
x4=(sol[3,1]*(25/2))+115
x1
x2
x3
x4
```

Tabla 4 Código análisis Ridge

5. Corrida de confirmación: con la ayuda del código anterior se recopilaron los siguientes datos de los cuales se tomó el más cercano a un radio de 2 y se hicieron pruebas en la catapulta para confirmar los datos.

En la tabla 5 se presenta una recopilación de datos de los resultados más altos.

MU	Y	r	x1	x2	x3	x4
20.55947	465.0826	1.999999	181.596	279.5835	174.4145	127.2073
20.55948	465.0825	1.999998	181.596	279.5835	174.4145	127.2072
20.56998	464.9841	1.998757	181.5767	279.565	174.3989	127.1995
20.68596	463.9053	1.985145	181.3654	279.3622	174.2285	127.1143
20.85961	462.3193	1.96511	181.0542	279.0637	173.9777	126.9889
21.1406	459.8243	1.933533	180.5635	278.5932	173.5827	126.7913
21.5956	455.9616	1.8845	179.8012	277.8629	172.9697	126.4848
22.3746	449.8132	1.80609	178.5809	276.6954	171.9907	125.9954
23.2	443.8677	1.729834	177.3926	275.5604	171.0401	125.5201
24	438.594	1.661833	176.3316	274.5487	170.1937	125.0969

Tabla 5 Resultados

En la figura 3 se muestra la corrida final con los factores obtenidos con una distancia similar.

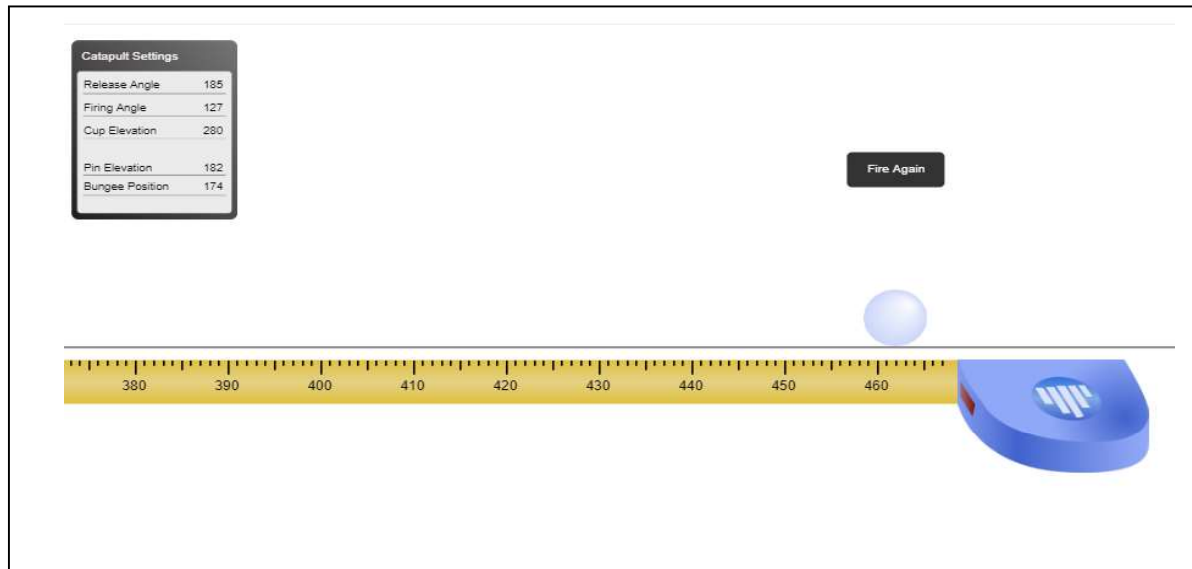


Figura 3 Corrida de confirmación

Comentarios Finales

Resumen de resultados

En este trabajo investigativo de la optimización del disparo de una catapulta virtual se obtuvieron como resultados finales, pin=181.5, cup= 279.5, bungee= 174.4 y firing=127.2 para una y=465.08.

Conclusiones

Los resultados demuestran los factores correctos para tener el disparo más alto en la catapulta virtual, de esta manera reafirmamos que la metodología es funcional en nuestro experimento por lo que se pudo optimizar al obtener la respuesta de una forma rápida y eficaz.

Recomendaciones

Esta herramienta puede ser muy útil para la programación de alguna maquina industrial o algún proceso químico.

Referencias

Montgomery, Douglas, Diseño y análisis de experimentos, segunda ed. México, Limusa Wiley, 2011.

Gutiérrez pulido H, Salazar R. Análisis y diseño de experimentos, tercera ed. México, McGraw-Hill/interamericana editores, S.A. de C.V. 2012.

Universidad Nacional Mayor de San Marcos Perú, Mejora de la calidad aplicando la metodología de superficie respuesta y redes neuronales, Data, vol. 9, núm. 1, 2006, pp. 59-63

Gudelia Figueroa Preciado Departamento de Matemáticas Universidad de Sonora, Optimización de una superficie de respuesta utilizando jmp in, Mosaicos Matemáticos No. 11, diciembre, 2003.