

**Título del Proyecto
de Investigación a que corresponde el Reporte Técnico:**

Un estudio longitudinal del conocimiento del maestro de matemáticas y su enseñanza: Parte 1

Tipo de financiamiento

Sin financiamiento

TÍTULO DEL REPORTE TÉCNICO

Un estudio longitudinal del conocimiento del maestro de matemáticas y su enseñanza: Parte 1

Autores del reporte técnico:

Maria de los Angeles Cruz Quiñones
Héctor Jesús Portillo Lara
Sergio Flores García
Mario Silvino Ávila Sandoval

UN ESTUDIO LONGITUDINAL DEL CONOCIMIENTO DEL MAESTRO DE MATEMATICAS Y SU ENSEÑANZA: PARTE 1

Resumen del reporte técnico en español (mínimo 600 palabras):

El bajo nivel del conocimiento del contenido matemático del maestro afecta primordialmente la enseñanza de las matemáticas, lo que puede causar que los estudiantes tengan pocas oportunidades para construir su conocimiento (Tchoshanov, 2011). Además de la frustración que pueden sentir los estudiantes al tratar de aprender matemáticas cuando el maestro tiene un débil conocimiento de matemáticas, lo que conduce al desarrollo de una percepción negativa hacia las matemáticas (Sorto, Marshall, Luschel, y Carnoy, 2009). Por ello, es crucial que los maestros de matemáticas sean capaces de hacer conexiones entre los conceptos matemáticos para ayudar a los estudiantes a que encuentren algún sentido o significado para aprender matemáticas. Para poder llevar a cabo el objetivo de esta investigación, la siguiente pregunta de investigación guio el estudio: ¿qué cambios existen en el conocimiento del contenido matemático de los maestros durante el programa de maestría de matemática educativa y docencia en el que están inscritos?

El objetivo general de este estudio es entender como los cambios en el conocimiento del contenido matemático del maestro afectan su enseñanza de las matemáticas. Se examinó la relación del conocimiento matemático y la enseñanza de las matemáticas de los maestros. Se analizará el conocimiento matemático del maestro en diferentes tiempos a lo largo de 3 años (en este proyecto solo se realizó por el primer año). Además se explorará la enseñanza de los maestros participantes durante los mismos 3 años para ver si existen cambios en el conocimiento matemático de estos maestros (inscritos al programa de maestría enfocado a la matemática educativa), y si estos cambios tiene una repercusión en la enseñanza de las matemáticas. Con esto se podrá proporcionar un mejor entendimiento y descripción de los efectos de los cambios del conocimiento del contenido matemático y la enseñanza de las matemáticas de estos maestros.

Se implementa este diseño multifacético porque incluye concurrentemente la aplicación de métodos cuantitativos y cualitativos en su primer fase, y secuencialmente la implementación de métodos cualitativos en su segunda fase metodológica. La muestra es de 5 estudiantes que fueron los ingresados a la generación al programa de maestría enfocado a la matemática educativa y docencia.

La encuesta TCKS es el instrumento utilizado para medir el conocimiento del contenido de matemáticas de los maestros. Este instrumento está compuesto de 33 ítems de opción múltiple. Esta encuesta mide los tipos cognitivos de conocimiento. El tipo 1 de conocimiento cognitivo mide el conocimiento de hechos y definiciones. El tipo 2 mide el tipo cognitivo de conocimiento de conceptos y conexiones. El tipo cognitivo 3 se enfoca en el conocimiento de generalizaciones y modelos matemáticos.

Los resultados de este primer año de investigación del conocimiento matemático de los estudiantes de un programa de posgrado enfocado a la matemática educativa muestran cambios positivos. El conocimiento del contenido de matemáticas medido por la encuesta del conocimiento del maestro (TCKS) incrementó en los participantes de este estudio. Esto se refiere a que los maestros participantes en esta investigación mejoraron en su conocimiento matemático. Podemos observar un incremento en el conocimiento del contenido por tipo cognitivo 1, este conocimiento del contenido enfocado a fórmulas, reglas y la aplicación de ellas.

Con respecto al tipo de conocimiento cognitivo 2, existe también un cambio en los participantes. Este cambio refleja un incremento en el dominio del conocimiento conceptual. Existe un incremento de 3.1%. Este conocimiento enfocado a los conceptos y sus conexiones, fue en el que los participantes mostraron el menor cambio de los tres tipos cognitivos de conocimiento del contenido de matemáticas.

El mayor cambio en el conocimiento del contenido de los participantes se dio en el conocimiento cognitivo tipo 3. Este tipo de conocimiento incluye ser capaz de conjeturar, generalizar y realizar modelos matemáticos. El cambio es de 10% en sus medias porcentuales.

Resumen del reporte técnico en inglés (mínimo 600 palabras):

A low level of teacher content knowledge may affect mainly teaching mathematics, this can lead students to have a limited number of opportunities for learning mathematics (Tchoshanov, 2011). Moreover, students feel frustrated during mathematics learning when they have teachers with a weak teacher content knowledge of mathematics, this may cause negative student perception toward mathematics (Sorto et al., 2009).

Therefore, it is crucial that teachers can be able to make connections among mathematics concepts in order to help students to make sense about mathematics to learn. To achieve the purpose of this study, the following question guided this research: is there any change on the content knowledge of mathematics teachers during the master's program in mathematics education and teaching in which they are registered, if yes, what are those changes?

The intent of this study is to understand how changes on the teacher content knowledge of mathematics affect their teaching. We examined the relationship of mathematics teacher content knowledge and its teaching methods of the participating teachers. We will analyze the teacher content knowledge of mathematics at different times throughout 3 years (this report is for the first year of study). Moreover, we will explore the teaching methods of the participating teachers during those three years in order to see if there is any change on the content knowledge in mathematics of these teachers (registered teachers in the master's program focused on mathematics education), and if these changes have an impact on their mathematics teaching. The results of this study will provide a better understanding and description of the effects of the changes on mathematics teacher content knowledge and mathematics teaching of the teachers of the sample.

This study implements a multiphase design. It includes the application of qualitative and quantitative methods concurrently in the first phase, and sequentially qualitative methods are conducted in the second methodological phase. The sample of this research is five teachers who were enrolled as students in a master's program on mathematics education and teaching.

The instrument used in this research is the teacher content knowledge survey (TCKS). It measures the mathematics teacher content knowledge. The TCKS is composed of 33 items of multiple choice. This instrument examines the cognitive types of teacher content

knowledge. The cognitive type 1 refers to the knowledge of facts and procedures. The cognitive type 2 includes knowledge of concepts and its connections. The cognitive type 3 is focused on the knowledge of models and generalizations.

The results of this first year of study of the mathematics content knowledge of the students registered in the master's program focused on mathematics education show positive changes. Mathematics content knowledge measured by the TCKS survey presented an increment in the participants of the study. This means that participating teachers of this research enhance their content knowledge in mathematics. As we can observed, there is an increment on the cognitive type 1 of the content knowledge (this knowledge is focused on formulas, rules and its application).

In regards of the cognitive type 2, there is a change in the participants. This change reflects an increment on the domain of the conceptual knowledge. This increment is about 3.1%. This type 2 is focused on the concepts and their connections, was the knowledge in which students presented a minor change over the other cognitive types of teacher content knowledge in mathematics.

The greatest change on the content knowledge of the participants of this study was on the cognitive type 3. This type 3 include knowledge that enable teacher to make conjectures, generalizations and mathematics models. This change is about 10% in their means.

Palabras clave: Conocimiento del maestro, conocimiento del contenido, tipos cognitivos del conocimiento del contenido matemático.

Usuarios potenciales (del proyecto de investigación):

Maestros de programa de maestría en matemática educativa. Futuros maestros de matemáticas. Estudiantes de posgrado, investigadores en matemática educativa y administrativos de planeación de programas de posgrado en matemática educativa.

Reconocimientos (agradecimientos a la institución, estudiantes que colaboraron, instituciones que apoyaron a la realización del proyecto, etc.):

Agradezco a los estudiantes de la maestría en Matemática Educativa y Docencia por su participación en este estudio longitudinal.

1. INTRODUCCIÓN

El conocimiento del maestro es un tema fundamental para la enseñanza y aprendizaje. Por ello nos preguntamos en esta línea de investigación ¿qué rol juega el conocimiento matemático del maestro en su enseñanza de las matemáticas? En la revisión bibliográfica, no se ha concluido que aspectos del conocimiento matemático tienen una relación con una enseñanza efectiva. Por lo tanto, enfocarse en componentes de este proceso como lo es el conocimiento del maestro es relevante para el campo educativo. Debido a que el conocimiento del maestro tiene un impacto en el aprendizaje de los estudiantes, es crucial realizar investigación de ciencia básica en México. En los últimos 25 años, un creciente número de estudios enfocados a investigar el conocimiento del maestro han sido desarrollados alrededor del mundo (Shulman, 1986; Tchoshanov, 2011; Chapman, 2013;).

El conocimiento del maestro es muy amplio e incluye diferentes tipos de conocimiento. El análisis y la clasificación de los diferentes tipos de conocimientos que un maestro debe tener para enseñar matemáticas efectivamente es relevante para los maestros, los programas de formación docente como el programa de maestría de matemática educativa y docencia de la UACJ (que busca su permanencia en el PNPC el año entrante), investigadores educativos y las autoridades educativas que crean y promulgan políticas y/o reformas educativas. Las clasificaciones y conceptualizaciones del conocimiento del maestro permitirán a maestros frente a grupo o estudiantes-maestros (estudiante que estudia para ser docente) estar conscientes del conocimiento que se necesita tener como conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas. Basándose en investigaciones de ciencia básica enfocadas al conocimiento del maestro, autoridades educativas y programas de formación docente podrán tomar decisiones acerca de cómo los maestros deben estar preparados para ayudar a los estudiantes a aprender matemáticas. Como menciona Stotsky (2015) “los maestros no pueden enseñar lo que no saben” (p. 11). Por ello, para ayudar a los estudiantes a tener un aprendizaje significativo de las matemáticas, los maestros deben trabajar en los conocimientos que están en juego durante la enseñanza en el salón de matemáticas.

Considerando el número limitado de investigaciones hechas en México, y la relevancia del conocimiento matemático del maestro, esta investigación examinará el conocimiento matemático del maestro a través del tiempo implementando un estudio longitudinal. En este proyecto se realizaron las actividades correspondientes al primer año del estudio longitudinal. El bajo nivel del conocimiento del contenido matemático afecta primordialmente la enseñanza de las matemáticas, lo que puede causar que los estudiantes tengan pocas oportunidades para construir su conocimiento (Tchoshanov, 2011). Además de la frustración que pueden sentir los estudiantes al tratar de aprender matemáticas cuando el maestro tiene un débil conocimiento de matemáticas, lo que conduce al desarrollo de una percepción negativa hacia las matemáticas (Sorto et al., 2009). Por ello, es crucial que los maestros de matemáticas sean capaces de hacer conexiones entre los conceptos matemáticos para ayudar a los estudiantes a que encuentren algún sentido o significado para aprender matemáticas. Como se puede observar es inminente la relevancia científica existente de estudiar el conocimiento del maestro y analizar cómo cambia su conocimiento matemático e influye en su enseñanza a través del tiempo cuando los maestros están inscritos en un programa de maestría.

Actualmente no se ha realizado una investigación longitudinal en esta área en México, por lo cual esta investigación es considerada de ciencia básica. La cual brindará conocimiento de frontera acerca de la influencia del conocimiento matemático en la enseñanza de matemáticas a nivel básico y medio superior. Esto se logrará debido a que se estará examinando el conocimiento del maestro en diferentes tiempos, lo que ayuda a reducir cualquier sesgo y nos dirá que cambios se pueden esperar en la enseñanza de las matemáticas de los maestros participantes cuando su conocimiento matemático mejora.

Este estudio se enfoca en el conocimiento matemático del maestro porque se ha identificado una asociación con el aprovechamiento académico de los estudiantes (Tchoshanov, Cruz, Huereca, Shakirova, Shakirova, & Ibragimova, 2015).

El objetivo de este estudio es aportar conocimiento y evidencia que pueda ayudar a reestructurar los programas de formación docente para con ello poder impactar en el proceso de enseñanza y aprendizaje que se lleva a cabo en escuelas secundarias y preparatorias de México. Como se puede identificar, existen muy pocas investigaciones enfocadas a estudiar el conocimiento del contenido matemático del maestro y la relación

con su enseñanza a nivel básico y medio superior. Considerando estas necesidades y limitaciones de la investigación educativa en México, es fundamental realizar investigación educativa para satisfacer estas necesidades lo que puede impactar en la deserción escolar. Además que la realización de investigación en México permitiría desarrollar estudios comparativos con otros países como Estados Unidos o Rusia que son lugares donde investigaciones enfocadas a analizar el conocimiento del contenido matemático del maestro han sido efectuadas (Tchoshanov, 2011).

El objetivo general de este estudio es entender como los cambios en el conocimiento del contenido matemático del maestro afectan su enseñanza de las matemáticas. Se examinará la relación del conocimiento matemático y la enseñanza de las matemáticas de los maestros. Se analizará el conocimiento matemático del maestro en diferentes tiempos a lo largo de 3 años (en este proyecto solo es por el primer año). Además se explorará la enseñanza de los maestros participantes durante los mismos 3 años para ver si existen cambios en el conocimiento matemático de estos maestros (inscritos al programa de maestría enfocado a la matemática educativa), y si estos cambios tiene una repercusión en la enseñanza de las matemáticas. Con esto se podrá proporcionar un mejor entendimiento y descripción de los efectos de los cambios del conocimiento del contenido matemático y la enseñanza de las matemáticas de estos maestros.

Para poder llevar a cabo el objetivo de esta investigación, las siguientes preguntas de investigación guiarán el estudio: ¿qué cambios existen en el conocimiento del contenido matemático de los maestros durante el programa de maestría de matemática educativa y docencia en el que están inscritos?, ¿cómo es la enseñanza de los maestros de secundaria y preparatoria a través del tiempo en el que estudian en el programa de maestría de matemática educativa y docencia? y ¿qué tan relacionados están los tipos cognitivos del conocimiento del contenido matemático de los maestros y su enseñanza de las matemáticas?

2. PLANTEAMIENTO

- Antecedentes

Existen trabajos de investigación que estudian o proponen alguna categorización del conocimiento del maestro. Algunas categorizaciones del conocimiento del maestro en matemáticas son: el conocimiento del contenido matemático del maestro (Cruz Quiñones,

Tchoshanov, Cruz Quiñones y Ramírez, 2015); el conocimiento pedagógico del contenido; el conocimiento de la currícula de matemáticas; el “saber actuar”); entre otras. La compleja naturaleza del conocimiento matemático para la enseñanza de matemáticas pone a prueba a investigadores educativos a investigar y definir con precisión cada tipo del conocimiento del maestro. Además, las interacciones entre estos tipos de conocimiento del maestro son cruciales como parte del conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas. Es por ello, que investigadores han reconocido la importancia de esta línea de investigación y se han enfocado en estudiar algunas de las interacciones entre tipos de conocimiento. Por lo tanto, más investigación es necesaria acerca de la naturaleza de las interacciones entre tipos de conocimiento matemático del maestro. Adicionalmente, saber qué tipos de conocimientos tienen una influencia directa en la enseñanza puede ayudar a mejorar los programas de formación docente y la enseñanza de matemáticas. Esta investigación proveerá argumentos a los programas de formación docente y a las autoridades educativas para tomar decisiones importantes acerca de lo que los maestros necesitan saber para enseñar matemáticas en una manera efectiva.

La hipótesis de esta investigación es que el incremento del conocimiento matemático de los maestros es un cambio que sirve como indicador de cambios en la mejora de la calidad del diseño y planeación de clases y del ambiente de aprendizaje en el salón de matemáticas.

- Marco teórico

Este estudio se basa en el marco conceptual desarrollado por Tchoshanov (2011). Este autor se enfocó en la categoría del conocimiento matemático. Tchoshanov (2011) menciona que el conocimiento del contenido de matemáticas de los maestros está compuesto por tres diferentes tipos cognitivos del conocimiento. El tipo 1 de conocimiento cognitivo incluye el conocimiento de hechos, definiciones y procedimientos de rutina. El tipo cognitivo 2 se centra en los conceptos y conexiones entre ellos. Finalmente el tipo cognitivo 3 se enfoca en el conocimiento de generalizaciones y modelos matemáticos.

3. METODOLOGÍA

En concordancia con el problema planteado y las preguntas de investigación, una metodología mixta se implementará. Este tipo de metodología mixta usa métodos cuantitativos y cualitativos, tiene sus propias aproximaciones teóricas. Se enfoca en recoger, analizar y combinar datos cuantitativos y cualitativos en las diferentes fases del mismo estudio. Esto con el propósito de obtener un mejor entendimiento de un problema de investigación, que la comprensión del mismo problema proporcionada por el uso de un solo método (Creswell y Plano, 2011). Este diseño metodológico permite al investigador combinar los métodos cuantitativos y cualitativos para fortalecer las desventajas de cada método con las ventajas del otro, también permite la implementación de ambos métodos: cualitativo y cuantitativo, ofrecerá una mejor comprensión de la relación del conocimiento del contenido matemático y la enseñanza de las matemáticas de los maestros en México, a través de la elaboración, explicación, clarificación e ilustración de los resultados cuantitativos con los resultados cualitativos (Bryman, 2006). Además la investigación de metodología mixta permite en la fase cualitativa expandir la profundidad del estudio de la relación entre estos dos relevantes aspectos del maestro (conocimiento del contenido matemático y su enseñanza) analizada en la fase cuantitativa. La implementación de una metodología mixta ofrece más credibilidad al estudio porque se considera la integración de los resultados de ambos métodos: cuantitativo y cualitativo (Bryman, 2006).

El diseño multifacético de investigación de metodología mixta combina ambos procedimientos: secuencial y concurrente (Creswell y Plano, 2011). Se implementa este diseño multifacético porque incluye concurrentemente la aplicación de métodos cuantitativos y cualitativos en su primer fase, y secuencialmente la implementación de métodos cualitativos en su segunda fase metodológica. Los estudiantes que ingresan al programa de maestría enfocado a la matemática educativa y docencia en la generación que es foco de nuestra investigación al tiempo de este estudio, son únicamente 5 estudiantes. Todos los estudiantes que son maestros de matemáticas de nivel básico y/o medio superior del programa participan en la investigación. Este programa tiene una duración de 2.5 años.

En el primer año del proyecto se examinó el conocimiento del contenido matemático del maestro (TCK) antes de iniciar el programa. Después, al final del primer semestre y de

haber cursado el primer curso enfocado a fortalecer su conocimiento matemático se examinó nuevamente el TCK. Luego se analizará el TCK al iniciar el tercer semestre del programa, y al finalizar el cuarto semestre. Se analizarán también los documentos evaluados (exámenes, tareas, proyectos) de los participantes en las clases enfocadas en desarrollar un sólido conocimiento matemático del programa para complementar el análisis del TCK a través del tiempo e identificar los posibles cambios existentes. Al mismo tiempo de la recogida de datos que examina el TCK, se conducirán observaciones de las clases que estos estudiantes de la maestría imparten para explorar su enseñanza. Después de todo este proceso se analizarán los datos y se seleccionarán a los maestros que hayan presentado más cambios en su TCK. Adicionalmente, a estos maestros se les realizarán observaciones de sus clases durante el cuarto semestre del programa. Al finalizar el programa se entrevistará a estos maestros para entender mejor lo observado previamente. Estas entrevistas se centran en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas así como en la práctica docente.

El instrumento para medir el conocimiento del contenido matemático TCK es la encuesta del conocimiento matemático del maestro TCKS (Tchoshanov, 2011) el cual se buscó modificar para que incluya los temas matemáticos que forman parte de los estándares de matemáticas en México. También se desarrollará el ajuste de un protocolo de observación que explora y analiza la calidad de la enseñanza de las matemáticas para realizar las observaciones de las clases. Después se analizarán estas observaciones y los resultados de este análisis permitirán la explicación de los resultados obtenidos en la parte cuantitativa así como continuar con el planteamiento de las preguntas de las entrevistas. Y con esto podremos ver cuáles son los efectos de los cambios en el TCK en la enseñanza de las matemáticas, para informar a las autoridades educativas de lo que verdaderamente influye en la enseñanza de las matemáticas en salones de nivel básico y medio superior. Con ello buscar la reestructuración de los programas de formación docente así como ofrecer cursos de desarrollo profesional que fortalezcan el conocimiento del maestro que afecta la práctica docente.

4. RESULTADOS

Los participantes de este trabajo de investigación son los estudiantes de una generación de un programa de maestría en matemática educativa en una universidad Autónoma del norte de México. Estos participantes son la totalidad de la generación. Primero se presenta una breve descripción de cada participante para conocer su contexto. Los nombres de los participantes son seudónimos para guardar su identidad. Después se presentan los resultados de este periodo (un año).

Participantes

Victoria. Victoria es una maestra de matemáticas con 3 años de experiencia docente al inicio de este estudio longitudinal. Actualmente da clases a nivel medio superior. Este primer año de investigación, estuvo impartiendo clase en primero, segundo, tercero y sexto semestre. Lo que involucra la enseñanza de diversas áreas de las matemáticas: álgebra, geometría, trigonometría, geometría analítica, probabilidad y estadística. En promedio, un 75% de sus estudiantes obtienen calificaciones aprobatorias. Respecto a su formación académica, ella tiene licenciatura en ingeniería.

Mérida. Otra participante de esta investigación es Mérida. Ella cuenta con 10 años de experiencia docente al momento del primer año de este estudio. Mérida estaba impartiendo clases a nivel preparatoria durante este periodo. Ella impartió clases de primero, tercero, quinto y sexto semestre. Esto es que Mérida enseñó temas de álgebra, geometría analítica, cálculo integral, probabilidad y estadística. El 75% de sus estudiantes aprueban sus clases. Mérida posee una licenciatura en Matemáticas.

Eduardo. El maestro novato de este grupo de participantes es Eduardo. El solo cuenta con un año de experiencia como profesor. El nivel escolar donde Eduardo impartió clases es en primer semestre. Dio clase que involucró temas de matemáticas y electricidad. Como esta en su primer año de docente, no cuenta con porcentaje de estudiantes que aprobaron su clase. Eduardo cuenta con una formación académica de ingeniería.

Berenice. Berenice tiene dos años de experiencia docente. Esta participante es maestra de matemáticas en una escuela privada donde estudiantes provienen de familia con altos

recursos económicos. Ella imparte clases a nivel medio superior. Berenice dio clases a los semestres tercero, quinto y sexto durante este primer año del estudio longitudinal que se está llevando a cabo. Lo que significa que ella trabajo con áreas d las matemáticas como: geometría analítica, cálculo integral, probabilidad y estadística. El 90% de los estudiantes de Berenice aprueban su clase. Respecto a la formación académica de Berenice, ella cuenta con una ingeniería.

Juan. El último de nuestros participantes por mencionar es Juan. Él es un maestro de matemáticas de primero y cuarto semestre. Algebra, Calculo diferencial e integral, así como probabilidad y estadística son áreas de matemáticas que Juan impartió durante este primer año del estudio longitudinal. Juan tiene 6 años de experiencia docentes en matemáticas. En promedio, el 78% de estudiantes aprueban sus clases. La formación académica de este participante es una licenciatura en Matemáticas.

Para analizar el conocimiento del contenido matemático de estos cinco participantes utilizamos la encuesta TCKS. Realizamos un análisis para adaptar los ítems de la encuesta de acuerdo al contenido que estos maestros imparten a nivel medio superior. Sin embargo, no fue necesario modificar sus ítems. Esto debido a que el instrumento está alineado al curriculum de preparatoria en México. Este instrumento mide los 3 tipos cognitivos del conocimiento matemático.

La encuesta TCKS mide el conocimiento del contenido de matemáticas de los maestros. Este instrumento está compuesto de 33 ítems de opción múltiple. Estos ítems están clasificados por tipo cognitivo de conocimiento que miden. La tabla 1 muestra un ejemplo de ítem por cada tipo cognitivo. El tipo 1 de conocimiento cognitivo mide el conocimiento de hechos y definiciones, como podemos ver que lo hace el ítem 1 de la tabla. El ítem 2 mide el tipo cognitivo de conocimiento de conceptos y conexiones. En la tabla 1 podemos observar el tipo cognitivo 3 que se enfoca en el conocimiento de generalizaciones y modelos matemáticos.

Tabla 1:

Ejemplos de ítems de la encuesta TCKS

Item del instrumento	Tipo cognitivo de conocimiento
1. Encuentra el promedio de $\{-3, 0, 15\}$	Tipo 1

<p>A. 0 B. 4 C. 5 D. 6</p>
<p>2. Si se le suma 3 a cada valor de conjunto dado en la pregunta anterior, ¿cuál de los siguientes no incrementara? Tipo 2</p> <p>A. Promedio B. Moda C. Rango D. Mediana</p>
<p>3. Judah recogió un conjunto de 5 números y dijo que el promedio es 5, que la mediana es 6, y la moda es 7. Larry dijo que el rango no puede ser 6. Laurie dijo que el numero 5 puede estar en el conjunto de números. Tipo 3</p> <p>¿Quién dice lo correcto?</p> <p>A. Solo Larry B. Solo Laurie C. Larry y Laurie D. Ni Larry ni Laurie</p>

La aplicación de la encuesta tiene una duración máxima de 2 horas. Los participantes podían utilizar una calculadora científica convencional para responder. Cada pregunta tiene únicamente una respuesta correcta. Si el participante contestaba correctamente obtenía 1 punto, de lo contrario 0 puntos. La suma total del instrumento es 33 puntos. Estos puntos están divididos en los tres tipos cognitivos de conocimiento: 10 puntos para el tipo cognitivo 1, 13 puntos para el tipo cognitivo 2 y 10 puntos para el tipo cognitivo 3.

Utilizando la encuesta TCKS, identificamos el conocimiento del contenido de matemáticas de maestros de matemática de nivel básico incluyendo nivel medio superior. La primera aplicación de la encuesta fue al inicio del programa, es decir al principio del primer semestre. Podemos observar en la tabla 2, los porcentajes totales de la encuesta completa. Es decir, Victoria y Berenice obtuvieron un 66.7% de ítems correctos que miden su conocimiento matemático. Estas dos participantes obtuvieron los puntajes más altos de la muestra. Por otro lado, Eduardo y Mérida obtuvieron los puntajes más bajos con un 57.6% de ítems contestados correctamente. Juan obtuvo un 63.6% de aciertos en la encuesta TCKS que mide su conocimiento del contenido matemático, como se describe en la tabla 2. Existe una media porcentual del 62.4% en el total de ítems de la TCKS que son acertados. Podemos ver que puntaje mayor en la encuesta fue de 22 aciertos de 33 posibles. El puntaje mínimo fue de 19 puntos.

Analizando la tabla 2, encontramos que el conocimiento matemático del tipo cognitivo 1 es el que más poseen los participantes. La media porcentual para este conocimiento es de 78%. Lo que significa que los participantes dominan más los hechos, las definiciones y algoritmos d rutina al resolver problemas matemáticos. Siendo Mérida la participante con mayor puntaje en este tipo 1 de conocimiento. Ella obtuvo 90% de las preguntas que miden el tipo cognitivo 1 correctas. Por lo contrario, Juan y Eduardo obtuvieron 70% de aciertos es estos ítems. Siendo estos participantes los que obtuvieron más baja puntuación en el conocimiento de hechos y definiciones.

Tabla 2:
Conocimiento del Contenido Matemático de los Participantes Aplicación 1

Participantes	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Total %
Victoria	80%	69.2%	50%	66.7%
Berenice	80%	61.5%	60%	66.7%
Eduardo	70%	53.8%	50%	57.6%
Merida	90%	53.8%	30%	57.6%
Juan	70%	69.2%	50%	63.6%

Los resultados en cuanto al conocimiento cognitivo tipo 2, reportan un media porcentual de 61.5%. Esto significa que el 61.5% de los ítems fue contestado correctamente por la

muestra. Podemos ver en la tabla 2 que Victoria y Juan poseen mayor conocimiento enfocado en los conceptos y sus conexiones. Ellos tienen un porcentaje de 69.2%. Con respecto los puntajes más bajos en este tipo cognitivo 2, fueron Eduardo y Mérida, quienes obtuvieron un 53.8% de ítems correctos. Es decir, muy poco por encima de la mitad de las preguntas que miden el conocimiento conceptual.

El conocimiento cognitivo tipo 3 que se refiere al conocimiento de generalizaciones y modelos matemáticos, es donde los participantes reportan la más baja media porcentual de 48%. Mérida obtuvo el porcentaje más bajo de la muestra (solo un 30%). Berenice tiene el porcentaje más alto que fue un 60% de ítems correctos que miden este tipo 3 de conocimiento. Los maestros participantes presentan área de oportunidad para adquirir conocimiento que les permita conjeturar, probar teoremas, generalizar y realizar modelos matemáticos.

Una vez identificado el conocimiento del contenido de matemáticas de estos profesores al inicio del programa de posgrado de la maestría enfocada en matemática educativa. Se analizaron los trabajos, exámenes y ejercicios de los estudiantes de sus clases de matemáticas. Los estudiantes de esta generación estuvieron trabajando en equipo para la presentación de un capítulo del libro de texto utilizado en clase. Se les asignaron tareas donde trabajan de manera individual en problemas matemáticos. Al final del semestre realizaron un proyecto en equipos.

La segunda aplicación de la encuesta TCKS se realizó al final del segundo semestre del programa. La TCKS es exactamente igual que la encuesta que se aplicó en la primera aplicación. Esta aplicación se llevó a cabo en ese periodo de tiempo para ver si su conocimiento del contenido matemático había cambiado durante el primer año del programa de maestría enfocada en matemática educativa.

La tabla 3 reporta los resultados de la encuesta TCKS de la segunda aplicación. En esta aplicación la media porcentual de la misma muestra es de 67.9%. Es decir, el promedio de respuestas correctas fue de 67.9% del total de preguntas. El valor máximo obtenido en la encuesta fue de 29 puntos de un total de 33, el cual fue logrado por Juan. El valor mínimo fue de 15 puntos adquirido por Eduardo.

Analizando los resultados mostrados en la tabla 3, el conocimiento cognitivo tipo 1 es el más prevalecido en los maestros participantes. La media porcentual del tipo 1 es del 82%.

Podemos decir que esta muestra sabe utilizar algoritmos para problemas de rutina. Se puede observar que Mérida y Juan obtuvieron los porcentajes más altos en el tipo cognitivo 1. Ellos alcanzaron un 90% de respuestas correctas en los ítems que miden el conocimiento de hechos y definiciones.

El conocimiento conceptual definido como tipo cognitivo 2 fue evaluado. Los participantes obtuvieron una media porcentual de 64.6%. Juan mostro un gran dominio del conocimiento conceptual. El obtuvo un 92.3% de respuestas correctas en los items que miden este tipo de conocimiento. Mientras que Eduardo reporto el valor más bajo con un porcentaje de 30.8%,

La media porcentual de los ítems que miden el conocimiento de modelos matemáticos y generalizaciones lograda por la muestra de este estudio fue de 58%. En la tabla 3 podemos ver que Juan reportó un sólido conocimiento cognitivo tipo 3. Esto es por la obtención de 80% de puntos obtenidos. Sin embargo, Eduardo y Mérida obtuvieron el puntaje más bajo que mide este tipo 3. Ambos alcanzaron un 40%.

Tabla 3:
Conocimiento del Contenido Matemático de los Participantes Aplicación 2

Participantes	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Total %	24
Victoria	80%	69.2%	70%	72.8%	24
Berenice	80%	69.2%	60%	69.7%	23
Eduardo	70%	30.8%	40%	45.4%	15
Merida	90%	61.5%	40%	63.6%	21
Juan	90%	92.3%	80%	87.9%	29

En este momento de este estudio longitudinal podemos contestar de manera parciales algunas de las preguntas de investigación. Recordemos que este proyecto es de índole longitudinal con una duración de 3 años. En el presente documento se reportan resultados del primer año de estudio.

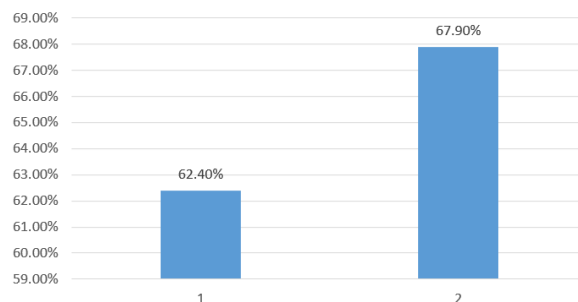
Analizado los datos y resultados encontrados en este primer año, podemos responder nuestra pregunta de investigación, la cual dice: ¿qué cambios existen en el conocimiento del contenido matemático de los maestros durante el programa de maestría de matemática educativa y docencia en el que están inscritos? El programa de maestría en el cual están inscritos nuestros participantes y son la generación completa de ese posgrado, está

enfocado en la matemática educativa y docencia. Las materias encargadas de desarrollar o mejorar su conocimiento del contenido matemático son impartidas en primer y segundo semestre del programa. Estas materias son: Pensamiento Matemático I y Pensamiento Matemático II. Las demás clases que cursaron son enfocadas a la matemática educativa. Por ejemplo, materias enfocadas al diseño de situaciones de aprendizaje; clases centradas en conocer teorías de la matemática educativa entre otras.

Respondiendo a la pregunta acerca de qué cambios existen en el conocimiento del contenido matemático de los maestros durante el programa de maestría de matemática educativa y docencia en el que están inscritos? Los resultados de este primer año de investigación del conocimiento matemático de los estudiantes de un programa de posgrado enfocado a la matemática educativa muestran cambios positivos.

El conocimiento del contenido de matemáticas medido por la encuesta del conocimiento del maestro (TCKS) incremento en los participantes de este estudio. La Figura 1 nos muestra este incremento. En la aplicación 1, se obtuvo una media porcentual en el total de ítems correctos de la TCKS de 62.4%. Después en la aplicación 2, la media porcentual es del 67.9%. Existe un cambio positivo de un 5.5%. Esto se refiere a que los maestros participantes en esta investigación mejoraron en su conocimiento matemático.

Figura 1: Conocimiento del contenido por aplicación de la TCKS

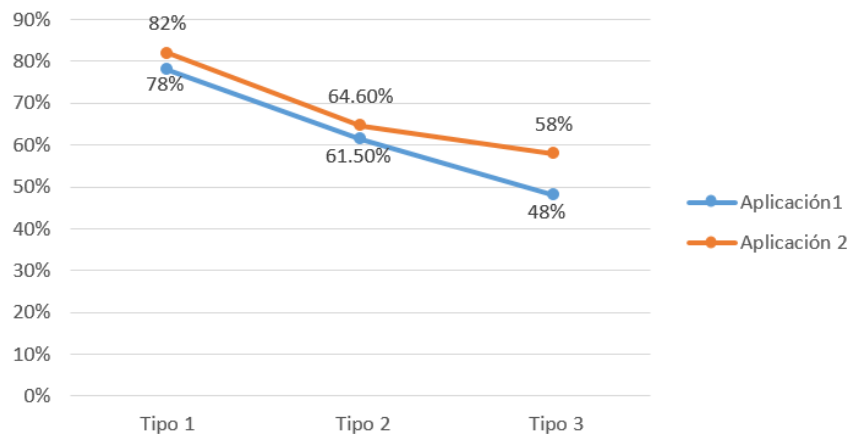


En la Figura 2, podemos observar el desglose de este cambio en el conocimiento del contenido por tipo cognitivo de conocimiento. Analizando el cambio en el tipo cognitivo 1, podemos identificar que las medias porcentuales incrementaron de 72% a 82%. Tenemos una diferencia de 4% en el conocimiento del contenido enfocado a fórmulas, reglas y la aplicación de ellas.

Con respecto al tipo de conocimiento cognitivo 2, existe también un cambio en los participantes. Este cambio refleja un incremento en el dominio del conocimiento conceptual. Como podemos observar en la Figura 2, en la aplicación 1, la media porcentual fue de 61.5% y en la aplicación 2 fue de 64.6%. Existe un incremento de 3.1%. Este conocimiento enfocado a los conceptos y sus conexiones, fue en el que los participantes mostraron el menor cambio de los tres tipos cognitivos de conocimiento del contenido de matemáticas.

El mayor cambio en el conocimiento del contenido de los participantes se dio en el conocimiento cognitivo tipo 3, como se puede identificar en la Figura 2. Este tipo de conocimiento incluye ser capaz de conjeturar, generalizar y realizar modelos matemáticos. En la aplicación 1, la media porcentual fue de 48% siendo el conocimiento más bajo de los tres que los participantes tienen. Después en la aplicación 2 la media obtenida fue de 58%. Encontramos un cambio en los maestros de esta muestra en el conocimiento de generalizaciones y modelos matemáticos. Este cambio es de 10% en sus medias porcentuales.

Figura 2: Conocimiento del contenido por tipo cognitivo



Los resultados reportan que Juan fue el participante que mostro un cambio más significativo en su conocimiento del contenido. En la aplicación 1, Juan tuvo una media porcentual de 63.6% de respuestas correctas en la encuesta TCKS. Después en la aplicación 2, el obtuvo una media de 87.9%. El cambio en Juan fue de 24.3%. El obtuvo un puntaje de 21 aciertos en la encuesta TCKS en la primera aplicación y en la segunda mejoro a 29 aciertos de 33 totales.

Los cambios reportados en el conocimiento cognitivo tipo 1, los evidencia mayormente Juan quien mejoró su conocimiento superficial o algorítmico en un 20%. El maestro Juan también presentó el cambio más grande en el conocimiento cognitivo tipo 2. Es decir, Juan obtuvo más conocimiento conceptual durante este periodo de estudio. Él obtuvo un cambio positivo de 23%. De la misma forma, en el tipo cognitivo 3, Juan evidenció un cambio de 30%. Esto nos indica que Juan tuvo un incremento en su conocimiento para conjeturar, probar teoremas, modelar y generalizar en matemáticas.

5. CONCLUSIONES

La contribución con los resultados de este estudio es que los maestros fortalezcan su conocimiento del contenido matemático y que con ello implementen cambios en su enseñanza de las matemáticas. Estos cambios deberán conducir a mejorar o incrementar la calidad en el diseño de las clases, en la planeación de los cursos, y el ambiente de aprendizaje de sus clases de matemáticas. Los participantes de la investigación mejoraron su conocimiento del contenido matemático durante este primer año de estudio. Se espera que los estudiantes del programa de maestría cuando egresen cuenten con el conocimiento del contenido matemático que juega un rol significativo en la calidad de los cambios en su práctica docente. Estos resultados informan a la comunidad científica y autoridades educativas de cuáles son las debilidades de los maestros en su práctica docente para que con ello se busque orientar a los maestros a cómo trabajar con sus debilidades y motivarlos a fortalecer esos aspectos para que los índices de deserción escolar disminuyan y la disposición hacia las matemáticas mejore.

Este proyecto brinda conocimiento acerca de los diferentes tipos de conocimiento del contenido matemático que posee el maestro. La exploración de la práctica docente de los maestros de matemáticas participantes brindará el conocimiento acerca de los aspectos que tienen influencia en su enseñanza. Además, los resultados de este proyecto generarán conocimiento que permitirá predecir qué cambios en la enseñanza de los estudiantes de maestría esperar cuando su TCK cambia.

Este proyecto indudablemente contribuye a la formación de recursos humanos. Este proyecto beneficia al programa de maestría en matemática educativa de reciente creación

en la UACJ así como a la generación de estudiantes participantes en el proyecto. El proyecto fortalece el conocimiento del contenido (TCK) de los estudiantes e identificó los cambios ocurridos en TCK y en su práctica durante el programa de maestría. Los resultados obtenidos fortalecerán el programa para su permanencia en el PNPC.

Los resultados principales fueron la identificación de los cambios en el conocimiento del contenido matemático del maestro para después saber si estos tienen alguna influencia en la enseñanza de las matemáticas. Se proporcionó una descripción de los cambios del conocimiento del contenido matemático de cada uno de los maestros acerca de los tipos cognitivos del conocimiento de los maestros de matemáticas. Con estos resultados una de las mayores aportaciones es la oportunidad de discutir la importancia de los tipos cognitivos del conocimiento del contenido de las matemáticas del maestro y su fuerte impacto en conocimiento y aprendizaje de los estudiantes. Podemos concluir que los resultados de este estudio contribuyen al cuerpo de investigaciones que mencionan que el conocimiento del maestro es vital para el aprendizaje de los estudiantes (Hill, Shilling, & Ball, 2004).

Estos resultados y los futuros resultados de los siguientes dos años de estudio que restan en este proyecto longitudinal pueden ser usados para involucrar e impulsar a los maestros a tomar cursos de desarrollo profesional para con ello mejorar su preparación en el conocimiento matemático: conocimiento de hechos y procedimientos, conocimiento de conceptos, y conexiones, conocimiento de modelos y generalizaciones matemáticas. Además, este estudio puede contribuir en el diseño de programas de formación docente enfocados en mejorar el conocimiento de temas específicos de matemáticas para ayudar a establecer una práctica docente efectiva que fortalezca el conocimiento de los estudiantes.

REFERENCIAS (bibliografía)

- Bryman, A. (2006). Integrating quantitative and qualitative research: How is it done? *Qualitative Research*, 6(1), 97-113.
- Chapman, O. (2013). Investigating teachers' knowledge for teaching mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 237-243.

- Creswell, J., y Plano, C. (2011). *Designing and Conducting Mixed Methods Research (2nd edition)*. Thousand Oaks, CA: Sage
- Cruz Quiñones, M., Tchoshanov, M., Cruz Quiñones, M., and Ramírez, O. (2015). A correlational analysis of teacher content knowledge and knowing-to act of mathematics teachers in a Mexican northern borderland city. *Entreciencias*, 3 (8): 359-376
- Hill, H., Schilling, S., & Ball, D. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *Elementary School Journal*, 105, 11–30
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sorto, M., Marshall, J., Luschel, T., y Carnoy, M. (2009). Teacher knowledge and teaching in Panama and Costa Rica: A comparative study in primary and secondary education. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(2), 251-290
- Stotsky, S. (2015). *An empty curriculum: The need to reform teacher licensing regulations and tests*. London: Rowman & Littlefield
- Tchoshanov, M. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 141-164.
- Tchoshanov, M., Cruz, M., Huereca, K., Shakirova, K., Shakirova, L., and Ibragimova, E. (2015). Examination of Lower Secondary Mathematics Teachers' Content Knowledge and Its Connection to Students' Performance. *International Journal of Science and Mathematics Education*, P. 1-20